Oskar Beckers Stellung in der Geschichte der Modallogik

Volker Peckhaus
Institut für Philosophie
der Universität Erlangen-Nürnberg
Bismarckstr. 1, D – 91054 Erlangen
E-mail: vrpeckha@phil.uni-erlangen.de

1 Einleitung

Dieser Beitrag behandelt Oskar Beckers Stellung in der Geschichte der Modallogik,[1] genauer der modernen Modallogik, denn die Diskussion um die alethischen Modalitäten „notwendig“, „unmöglich“ und „möglich“ ist fast so alt wie die Philosophie selbst. Wenn hier von moderner Modallogik die Rede ist, dann ist damit die mit den Mitteln des Kalküls und der symbolischen Logik operierende Modallogik gemeint. Im historischen Abriß zu ihrem Artikel “Basic Modal Logic” für das *Handbook of Philosophical Logic*[2] lassen Robert Bull und Krister Segerberg die moderne Modallogik 1912 beginnen (Bull/Segerberg *1984*, 4) mit Clarence Irving Lewis’ (1883–1964) Aufsatz “Implication and the Algebraic Logic” (Lewis *1912*). Dies ist nun sicherlich zu kurz gegriffen, vergessen die Autoren doch Hugh MacColl (1837–1909) zu

[1] In der Arbeit konnte auf Gottfried Martins Darstellung „Oskar Beckers Untersuchungen über den Modalkalkül“ (Martin *1969*) zurückgegriffen werden, die auf einen Beitrag zur Gedenkfeier für Oskar Becker an der Universität Bonn am 20. Februar 1967 zurückgeht. Für die Stellung von Beckers modallogischen Arbeiten in seinem Gesamtwerk vgl. Leo Zimnys Werkbibliographie (Zimny *1969*). Ich danke Christian Thiel (Erlangen), Werner Stelzner (Jena) und Dirk Hartmann (Marburg) für wichtige Hinweise zu einer früheren Fassung dieser Arbeit.

[2] Zur Geschichte der Modallogik vgl. auch Kneale/Kneale *1962*, darin insbesondere S. 81–96 über Aristoteles’ Theorie modaler Aussagen und modale Syllogismen sowie S. 548–568 über die moderne Modallogik. Nützliche historische Einleitungen bringen Prior *1955* und Lemmon *1977*. Einen historischen Überblick über die Entwicklung der Normenlogik (deontische Logik) gibt Kalinowski *1972*. Eine Einführung in den gegenwärtigen Stand der Modallogik geben Hughes und Cresswell (*1996*).

erwähnen, den „Klassiker der nichtklassischen Logik“ (Stelzner *1993*), der schon einige Zeit vorher ein modallogisches System vorgelegt hatte.[3]

Im Rahmen der folgenden Ausführungen soll gezeigt werden, daß Becker zu Beginn der dreißiger Jahre und zu Beginn der fünfziger Jahre und damit in zwei wichtigen Epochen der Geschichte der Modallogik an vorderster Front der Forschung stand. Er veröffentlichte seine Modifikation der Lewisschen Modallogik kurz bevor Lewis seine eigene Revision in dem mit Cooper Harold Langford (1895–1964) verfaßten Band *Symbolic Logic* vorlegte.[4] Zu Beginn der fünfziger Jahre arbeitete Becker an einer Deutung des Kalküls der alethischen Modalitäten für normative Kontexte, wie sie in der juristischen Logik behandelt werden. Becker legte seine deontische Interpretation der Modallogik (*1952*) nahezu zeitgleich zur paradigmasetzenden “Deontic Logic” (*1951a*) von Georg Henrik von Wright (* 1916), aber unabhängig von ihr, vor.

2 C. I. Lewis’ Modallogik

2.1 Strikte Implikation

Auch wenn sich die moderne Modallogik in der Tat auf Lewis’ System der strikten Implikation zurückführen läßt, ist festzuhalten, daß Lewis selbst und ausführlicher nach ihm Becker auf die Antizipationen des schottischen Logikers und Schriftstellers Hugh MacColl verwiesen haben, der in seinem logischen Kalkül Urteilen statt der üblichen beiden Wahrheitswerte „wahr“ und „falsch“ fünf Grundprädikate beigelegt hatte: “certain” (notwendig), “impossible” (unmöglich), “true” (wahr), “false” (falsch) und “variable”, d. h. “not certain and not impossible”. Letzteres wird von Becker als logisches Produkt interpretiert, also als Konjunktion zweier Möglichkeitsprädikate: „möglicherweise wahr“ (nicht unmöglich) und „möglicherweise falsch“ (nicht notwendig) oder ungewiß (vgl. Becker *1930*, 499). Trotz seiner Hinweise auf MacColl setzt allerdings auch Becker vor allem am Lewisschen System der strikten Implikation an.

Ausschlaggebendes Motiv für Lewis’ Bemühungen zur Entwicklung eines Modalkalküls waren (letztlich erfolglose) Versuche, die sogenannten Paradoxien der materialen Implikation zu vermeiden. Diese Paradoxien lauten

$$p \to (q \to p) \text{ und } \neg p \to (p \to q) \ .$$

[3] In zusammenfassender Form hat er es in seinem Buch *Symbolic Logic and its Applications* (MacColl *1906*) veröffentlicht.

[4] Vgl. zur Lewisschen Revision insbesondere Appendix II von Lewis/Langford *1932* (492–502). Dort wird auch auf die Vorschläge Beckers eingegangen.

Diese Schemata entsprechen den in vielen Kontexten kontraintuitiven Prinzipien „verum ex quodlibet“ („das Wahre wird von jeder Aussage impliziert“) und „ex falso quodlibet“ („das Falsche impliziert jede Aussage“). Die Paradoxien folgen nach Lewis’ Analyse aus einer Eigenart der Definition der klassischen Subjunktion:

$$(p \to q) =_{Df} (\neg p \vee q) \ .$$

In dieser Definition wird nicht berücksichtigt, daß die im Definiens auftretende Disjunktion unterschiedliche Interpretationen erlaubt. Lewis nennt folgende Beispiele:

(1) Either Cæsar died or the moon is made of green cheese, and

(2) Either Matilda does not love me or I am beloved.

In beiden Fällen ist mindestens eine der disjungierten Aussagen wahr, aber nur in der Disjunktion vom Typ (2) ist es notwendig, daß eine der Teilaussagen wahr sein muß. Lewis nennt Disjunktionen vom Typ (1), deren Wahrheit nicht unabhängig von den Sachverhalten, die sie ausdrücken, erkannt werden kann, „extensional“. Als „intensional“ bezeichnet er solche vom Typ (2), deren Wahrheit gewußt werden kann, ohne daß es bereits klar wäre, welche der Teilaussagen wahr ist oder ob vielleicht auch beide wahr sind. Diese Klassifizierung von Typen von Disjunktionen führt auf eine Unterscheidung von Implikationstypen. Lewis unterscheidet daher folgerichtig die inferentielle oder strikte Implikation, die mittels Disjunktionen vom Typ (2) definiert wird, von der algebraischen oder materialen Implikation, in der auch Disjunktionen vom Typ (1) vorkommen können (Lewis *1912*, 526).

2.2 Lewis’ Modalsysteme

1918 legte Lewis in seinem *Survey of Symbolic Logic* einen ersten Modalkalkül vor, in dem er die Modalität der Unmöglichkeit als neue “primitive idea” einführte. Mit ihr lassen sich unter Hinzuziehung der Negation die übrigen Modalitäten der Möglichkeit, Notwendigkeit und nicht-Notwendigkeit definieren. Die klassische Subjunktion definiert Lewis als materiale Implikation:

$$p \subset q = -(p \times -q) \ .$$

Lewis verwendet hier den umgedrehten “horseshoe” $\subset$ als Subjunktionszeichen, $=$ für die Äquivalenz, $-$ als Negator und $\times$ als Ausdruck für die konjunktive Verknüpfung. Die Konjunktion kann auch durch Juxtaposition ausgedrückt werden. Dieser materialen Implikation setzt Lewis die „strikte Implikation“ gegenüber:

$$p \prec q = \sim (p \times -q) \ .$$

Hier steht der „Angelhaken“ $\multimap$ für die strikte Implikation[5] und $\sim$ für die Unmöglichkeit. Während also die materiale Implikation besagt, daß „p und nicht-q“ falsch ist, bedeutet die strikte Implikation, daß „p und nicht-q“ unmöglich, also *notwendig* falsch ist.

Das Lewissche System ist als Aussagenkalkül aufgebaut. Undefinierte Begriffe sind Negation, Unmöglichkeit, Konjunktion und Äquivalenz. Lewis definiert fünf “truth values” oder Modalitäten (Lewis *1918*, 292):

1. p : „p ist wahr“.
2. $-p$: „p ist falsch“.
3. $\sim p$: „p ist unmöglich“.
4. $- \sim p$: „Es ist falsch, daß p unmöglich ist“, also „p ist möglich“.
5. $\sim -p$: „Es ist unmöglich, daß p falsch ist“, also „p ist notwendig wahr“.

Wegen des Fehlens einer Regel, die die Substitution modal zusammengesetzter Ausdrücke für p erlaubt, damit aber auch die Reduktion zusammengesetzter Modalitäten auf einfachere Modalitäten ermöglichen würde, tritt eine unbestimmte Anzahl weiterer, nicht reduzierbarer Modalitäten hinzu, von denen Lewis drei aufzählt (ebd.):

$- \sim -p$: „p ist nicht notwendig“, also „p ist möglicherweise falsch“.

$\sim - \sim p$: „p ist unmöglich möglich“.

$- \sim - \sim p$: „p ist nicht unmöglich möglich“, also „p ist möglicherweise möglich“.

Lewis definiert weiterhin (ebd., 293):

Verträglichkeit:	$p \circ q$	$=_{\text{Df.}}$	$- \sim (pq)$
Strikte Implikation:	$p \multimap q$	$=_{\text{Df.}}$	$\sim (p - q)$
Materiale Implikation:	$p \subset q$	$=_{\text{Df.}}$	$-(p - q)$
Strikte logische Summe:	$p \wedge q$	$=_{\text{Df.}}$	$\sim (-p - q)$
Materiale logische Summe:	$p + q$	$=_{\text{Df.}}$	$-(-p - q)$
Strikte Äquivalenz:	$p = q$	$=_{\text{Df.}}$	$(p \multimap q)(q \multimap p)$
Materiale Äquivalenz:	$p \equiv q$	$=_{\text{Df.}}$	$(p \subset q)(q \subset p)$.

Der im *Survey of Symbolic Logic* entfaltete Modalkalkül beruht nun auf fol-

[5]In seiner Rekonstruktion verwendet Becker statt des von Lewis eingeführten Zeichens $\multimap$ das Zeichen $<$.

genden Axiomen:

$$
\begin{array}{lrcl}
1. & pq & \prec & qp \\
2. & pp & \prec & p \\
3. & p & \prec & pp \\
4. & p(qr) & \prec & q(pr) \\
5. & p & \prec & -(-p) \\
6. & (p \prec q)(q \prec r) & \prec & (p \prec r) \\
7. & \sim p & \prec & -p \\
8. & (p \prec q) & = & (\sim q \prec \sim p)\ .
\end{array}
$$

Die strikte Äquivalenz in Axiom 8 läßt sich als Konjunktion zweier Implikationen $8^* \times 8^{**}$ auflösen:

$$\big((p \prec q) \prec (\sim q \prec \sim p)\big) \times \big((\sim q \prec \sim p) \prec (p \prec q)\big)\ .$$

Emil Leon Post (1897–1954) konnte zeigen, daß die rechte Seite 8^{**} dieser Konjunktion, also „Wenn ‚q ist unmöglich‘ impliziert ‚p ist unmöglich‘, dann impliziert p q“, insofern falsch ist, als sie der intendierten Bedeutung von „unmöglich“ widerspricht. Diese Teilformel führt zudem auf die Konsequenz

$$\sim p = -p\ .$$

Damit wäre aber gezeigt, daß das System der strikten Implikation lediglich eine redundante Form des Systems der materialen Implikation ist (vgl. Becker *1930*, 504). *1920* veröffentlichte Lewis die Mitteilung Posts und versuchte, den ungewollten Effekt dadurch zu vermeiden, daß er nur noch 8^*, also die linke Seite der Konjunktion als Axiom zuließ. In der zusammen mit Cooper Harold Langford veröffentlichten *Symbolic Logic* von *1932* modifizierte er dieses System weiter zum System S3 und legte auch eine stärker veränderte und nun nach seiner Ansicht maßgebliche Variante des Systems der strikten Implikation als System S2 vor. Die modallogischen Teile seines *Survey* zog er zurück. Dessen weitverbreitete Dover-Ausgabe von 1960 erschien ohne die über die Modalitäten handelnden Kapitel V und VI.[6] Die Veränderungen, die Lewis in der neuen Fassung angebracht hat, werden deutlich, wenn man das modifizierte Axiomensystem des *Survey* (Axiome A) dem der *Symbolic Logic* (Axiome B) gegenüberstellt. Die Notation änderten Lewis und Langford unter Anwendung der folgenden Übersetzungsregeln: $-$ und $\sim$ (nicht und unmöglich) werden im *Survey* als $\sim$ und $\sim\Diamond$ (nicht und nicht möglich) geschrieben. Modallogischer Grundbegriff ist nun also die Möglichkeit. Das zuvor für die Unmöglichkeit verwendete Zeichen mutiert zum Negationszeichen. Außerdem wird die Klammerschreibweise weitgehend durch die von Peano übernommene Punktierung ersetzt (Lewis/Langford *1932*, 493):

[6] Lewis *1918*, 293–372. Vgl. das Vorwort der Dover-Ausgabe (Lewis *1960*) sowie Appendix II von Lewis/Langford *1932*, 492–502.

A1.	$pq\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ qp$	B1.	$pq\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ qp$
A2.	$qp\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ p$	B2.	$qp\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ p$
A3.	$p\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ pp$	B3	$p\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ pp$
A4.	$p(qr)\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ q(pr)$	B4.	$(pq)r\ .\ \prec\!\!\!3\ .\ p(qr)$
A5.	$p \prec\!\!\!3 \sim (\sim p)$	B5.	$p \prec\!\!\!3 \sim (\sim p)$
A6.	$p \prec\!\!\!3\ q\ .\ q \prec\!\!\!3\ r\ :\ \prec\!\!\!3\ .\ p \prec\!\!\!3\ r$	B6.	$p \prec\!\!\!3\ q\ .\ q \prec\!\!\!3\ r\ :\ \prec\!\!\!3\ .\ p \prec\!\!\!3\ r$
A7.	$\sim \Diamond p \prec\!\!\!3\ \sim p$	B7.	$p\ .\ p \prec\!\!\!3\ q\ :\ \prec\!\!\!3\ .\ q$
A8.	$p \prec\!\!\!3 q\ .\ \prec\!\!\!3\ . \sim \Diamond q \prec\!\!\!3 \sim \Diamond p$	B8.	$\Diamond(pq) \prec\!\!\!3\ \Diamond p$
		B9.	$(\exists p, q)\ : \sim (p \prec\!\!\!3 q)\ .\ \sim (p \prec\!\!\!3\ \sim q)$

Die ursprünglichen Axiome A1, A2, A3, A5 und A6 werden also als Axiome B1, B2, B3, B5 und B6 beibehalten. A4 wird modifiziert, A7 und A8 werden gegen B7 und B8 ausgetauscht, B9 hinzugefügt. Das System der Axiome B1–B9 konstituiert das System S2, für Lewis das maßgebliche System der strikten Implikation.

Sein ursprüngliches Ziel, die Paradoxien der Implikation zu umgehen, erreichte Lewis nur in sehr unvollkommener Weise, ließen sich doch in seinem System „Paradoxien der strikten Implikation" ableiten, wodurch die Konstruktion immer weiterer Logiken motiviert wurde. Wilhelm Ackermann z. B. versuchte, die Paradoxien mit seinem Vorschlag eines Kalküls der „strengen Implikation" zu vermeiden (vgl. Ackermann *1956*). Gerade über die Fehlschläge wurde also eine sehr fruchtbare Forschungsrichtung angestoßen, die heute unter dem Namen „Philosophische Logik" in Blüte steht.

3 Beckers Beiträge zur Modallogik

3.1 Überblick

Oskar Beckers erste Schrift zum Modalkalkül „Zur Logik der Modalitäten" erschien 1930 im *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* und zugleich auch als Sonderdruck.[7] Die Schrift enthält Beckers Modifikation des Lewisschen Kalküls im *Survey*, zugleich aber auch Überlegungen zum Verhältnis zwischen Modalkalkül, intuitionistischer Logik und mathematischem Intuitionismus. Beckers *1951* veröffentlichte *Einführung in die Logistik* ist eine solche „vorzüglich in den Modalkalkül", wie es ausdrücklich im Untertitel heißt. Im darauffolgenden Jahr erschienen, ebenfalls monographisch, Beckers *Untersuchungen zum Modalkalkül*, in denen der Modalkalkül als mathematisches Hilfsmittel für Anwendungen außerhalb der Mathematik

[7]Becker *1930*. Ein gekürzter Nachdruck erschien in der von Karel Berka und Lothar Kreiser veranstalteten Sammlung von Logik-Texten (Becker *1971*).

ausgearbeitet wird (*1952*, 7). Becker präsentierte eine eigene Variante eines Modalkalküls mit zwei Interpetationen, der „statistischen“ und der „normativen“ Deutung. Die statistische Deutung legte er erstmals in dem Aufsatz „Ein ‚natürliches‘ formales System der logisch-ontologischen Modalitäten“ (Becker *1944*) vor. In dieser Deutung wird eine Beziehung zwischen der Modallogik und der Leibnizschen Theorie möglicher Welten hergestellt. Becker bezog sich dabei auf Nicolai Hartmanns Werk *Möglichkeit und Wirklichkeit* (Hartmann *1938*).[8] Er hatte dieses Buch in den *Blättern für deutsche Philosophie* ausführlich besprochen[9] und auch in seinem Buch von 1952 behandelt (Becker *1952*, 56–74). Diese Diskussion führte ihn auf eine ontologische Auseinandersetzung mit der Daseins-Theorie in Martin Heideggers (1889–1976) *Sein und Zeit* (*1927*, vgl. Becker *1952*, 70–73) und auf die Frage, ob die in der Faktizität feststellbare Notwendigkeit den Status eines Existentials habe. Zur Beantwortung führt Becker das „Dawesen“ des Menschen ein, d. h. nicht sein „Dasein“ betreffende „Para-Existentialien“.[10]

In der „normativ-juristischen“ Interpretation (Becker *1952*, 37–50) legte Becker einen deontischen Kalkül vor, einen Kalkül also, der die deontischen Modalitäten „geboten“, „verboten“ und „erlaubt“ betrifft. Becker formulierte den deontischen Kalkül nahezu zeitgleich mit und unabhängig von Georg Henrik von Wright (vgl. von Wright *1951a*).

3.2 Phase I: Modifikation der Lewisschen Systeme

In seiner Schrift „Zur Logik der Modalitäten“ (*1930*) will Becker einen elementaren logischen Kalkül entwickeln, in dem die Modalitäten in gebührender Weise berücksichtigt werden, und zwar so, “*daß das sog. elementare Entscheidungsproblem lösbar ist*, wie im gewöhnlichen Aussagenkalkül.“[11] Diese

[8]Hartmann (1882–1950) diskutiert im Abschnitt a des 43. Kapitels von *Möglichkeit und Wirklichkeit* „Leibniz ‚mögliche Welten‘ und die Realermöglichung der wirklichen Welt“ (*1938*, 333–335). Dort charakterisiert er die Leibnizschen möglichen Welten als inkompossible, ideal mögliche, aber real unmögliche Systeme. Nur die reale Welt ist real möglich.

[9]Becker *1942/43*. Becker erwähnte Hartmanns Einführung der Unnotwendigkeit als negative Möglichkeit und dessen Hinweis auf die Beziehungen der Modalitäten zum Verhältnis des allgemeinen und negativen Urteils. Er kommentiert: „Das bedeutet eine Interpretation der (onto)logischen Grundmodalitäten im Sinne von Leibniz. (‚Notwendig ist, was in allen möglichen Welten gilt‘ usw.)“ (Becker *1942/43*, 49, Anm. 9, mit Bezug auf Hartmann *1938*, 115).

[10]Becker *1952*, 73. Vgl. Beckers Aufsatz über „Para-Existenz“ (Becker *1943/44*).

[11]Becker *1930*, 500. Im „Hilbert-Ackermann“ wird das Entscheidungsproblem für die Junktorenlogik wie folgt charakterisiert (Hilbert/Ackermann *1938*, 12): „Die erste Aufgabe für die Logik ist es nun, *diejenigen Verbindungen von Aussagen zu finden, welche stets, d. h. unabhängig davon, ob die Grundaussagen richtige oder falsche Behauptungen darstellen, richtig sind.*“ Dieses Problem läßt sich für die Junktorenlogik mit Hilfe dis-

Modallogik soll zugleich eine Art „Überlogik“ sein, die die unterschiedlichen in der zeitgenössischen Debatte gehandelten Logiken umfaßt und als diesen Logiken gemeinsamer Bezugspunkt zugleich eine Ordnungsleistung vollzieht. Becker strebt dabei vor allem eine Klärung des Status intuitionistischer Logiken an:

> Die *Brouwerschen* Ansätze zu einer rein finiten, allein auf wirklicher *Klarheitsevidenz* [...] beruhenden Logik werden sich wahrscheinlich formalkalkulatorisch in der Form einer Modalitäten-Logik zu einem geschlossenen System ausbauen lassen.[12]

Das Programm ist damit klar: Becker versucht die Modallogik für die Auszeichnung der intuitionistischen Logik L. E. J. Brouwers (1881–1966) gegenüber der klassischen Logik zu instrumentalisieren. Er leistete damit den nahezu zeitgleichen Ansätzen Arend Heytings (1898–1980) Schützenhilfe, eine Axiomatisierung der intutionistischen Logik vorzulegen (Heyting *1930*).

3.2.1 Sechs-Modalitätenkalkül

Becker versucht die angestrebte Auszeichnung der intuitionistischen Logik durch ihre nach phänomenologischen Evidenzkriterien durchgeführte Einbettung in einen „geschlossenen“ Modalkalkül zu erreichen. In einem geschlossenen Modalkalkül wird verlangt, daß die in diesem formulierbaren Modalitäten auf ein endliches System nicht mehr weiter reduzierbarer Grundmodalitäten zurückgeführt werden können (Becker *1930*, 508, 512*f.*). Dies war im Lewisschen Kalkül nicht gewährleistet, denn dort kann durch $-\sim$-Iteration eine unendliche Anzahl von nicht weiter reduzierbaren Modalitäten gebildet werden.

Für den gesetzten Zweck führt Becker das „bis zu einem gewissen Grade“ willkürlich gewählte Zusatzaxiom

$$-(\sim p) \prec\!\!\!\!\rightarrow\; \sim (\sim p) \tag{1.9}$$

ein. Er beweist die entsprechende Äquivalenz $-(\sim p) = \sim (\sim p)$, wodurch es ihm möglich wird, beliebige iterierte $-\sim$-Ketten zu reduzieren. Dabei

junktiver oder konjunktiver Normalformen lösen. In der quantorenlogischen Formulierung heißt es bei Hilbert und Ackermann (*1938*, 91): „Im weitestgehendsten Sinne kann man das Entscheidungsproblem als gelöst bezeichnen, wenn man ein Verfahren hat, das bei jeder vorgelegten Formel die Entscheidung darüber gestattet, *für welche Individuenbereiche sie allgemeingültig bzw. erfüllbar ist und für welche nicht*.“ 1936 bewies Alonzo Church, daß die klassische Quantorenlogik, also die Prädikatenlogik 1. Stufe unentscheidbar ist. Zur Geschichte des Entscheidungsproblems vgl. Zach *1999*.

[12]Ebd. Becker bezieht den Terminus „Klarheitsevidenz“ auf Husserls „Evidenz der Klarheit“ (Husserl *1929*, 53–55). Vgl. Wiegand *1998*, 52–54.

wird die Reduktion von Negationsketten nach den Regeln $(-)^{2n}p = p$ und $(-)^{2n+1}p = -p$ benutzt. Die mit Hilfe dieser Regeln reduzierten Ketten bestehen aus einfachen Negationszeichen und Unmöglichkeitspotenzen, die dann durch mehrfache Anwendung der genannten Äquivalenz wie folgt reduziert werden können:

$$(\sim)^{2n}p = (-)^{2n-1} \sim p = - \sim p \text{ und } (\sim)^{2n+1}p = (-)^{2n} \sim p = \sim p \ .$$

Becker stellt eine Verbindung zu „Brouwers Regel“ her (Becker *1930*, 509, Anm. 1):

> Die ungerade „Potenz“ der Absurdität ist äquivalent mit der einfachen Absurdität, die gerade Potenz aber mit der zweiten, d. h. der „Absurdität der Absurdität“. Das ist aber *Brouwer*s Regel.

Das nun formulierbare geschlossene System von sechs Grundmodalitäten hat für die modallogischen Grundbegriffe „Unmöglichkeit“ ($\sim$) und „Notwendigkeit“ ($\cdot$) die folgende Gestalt (*1930*, 510):

1.	p	(wahr)	:	p	(wahr)
2.	$-p$	(falsch)	:	$-p$	(falsch)
3.	$\sim p$	(unmöglich)	:	$\cdot - p$	(notwendig falsch)
4.	$- \sim p$	(nicht unmöglich)	:	$- \cdot -p$	(nicht notw. falsch)
5.	$\sim -p$	(unmöglich falsch)	:	$\cdot p$	(notwendig wahr)
6.	$- \sim -p$	(nicht unmöglich falsch)	:	$- \cdot p$	(nicht notw. wahr) .

Becker diskutiert weiterhin, ob alternative Zusatzaxiome zum Lewisschen System zu demselben Ergebnis führen (511*f.*). Er untersucht die Rangfolge der Modalitäten hinsichtlich der Strenge der zwischen ihnen geltenden Implikationsbeziehungen (513) und schlägt schließlich die Zulassung der Iteration des Notwendigkeitsoperators vor, die auf einen Zehn-Modalitäten-Kalkül führt.

Von großer Bedeutung für die Modallogik ist die sogenannte Beckersche Regel (“Becker’s Rule”), eine Bezeichnung, die von C. West Churchman stammt, der 1938 eine umfassende Diskussion von Beckers *Zur Logik der Modalitäten* vorgelegt hatte.[13] Die Regel besagt, in der Notation der *Symbolic Logic* von Lewis und Langford, daß wenn $p \prec q$ gültig, also Theorem oder Postulat ist, dann auch $\Diamond p \prec \Diamond q$ gültig ist,[14] also

$$(\vdash p \prec q) \to (\vdash \Diamond p \prec \Diamond q) \ .$$

Diese Regel ist schwächer als A8 im System des *Survey*:

$$(p \prec q) \prec (\sim \Diamond q \prec \ \sim \Diamond p) \ ,$$

[13] Vgl. Churchman *1938*; Hughes/Cresswell *1996*, 200. Vgl. auch Becker *1944*, wo Churchmans Vorschläge aufgenommen werden.

[14] Vgl. Churchman *1938*, 79; Hughes/Cresswell *1996*, 200.

denn sie besagt, daß A8 gültig ist, wenn das Antezedens verifiziert ist. Während A8 aber, wie Parry (*1934*) gezeigt hat, unabhängig von B1–B9 ist, folgt Beckers Regel aus B1–B9. Sie garantiert, so Churchman, die Finitheit des Systems von Modalitäten.

Es ist nicht ganz klar, auf welche Textstellen Beckers Churchman sich bezieht. Becker formuliert im Rahmen seiner Überlegungen zur Rangordnung der Modalitäten insgesamt drei Regeln (Becker *1930*, 522): Regel I legt fest, daß jede nichtelementare Modalität aus den Modalitäten notwendig (oder unmöglich = notwendig falsch) und falsch zusammengesetzt werden kann. Die Multiplikation von Modalitäten ist assoziativ, aber nicht kommutativ, rechtsseitige und linksseitige Multiplikation müssen also unterschieden werden. Regel II bestimmt die Möglichkeit der rechtsseitigen Multiplikation von Implikationen zwischen zwei Modalitäten. Regel III besagt schließlich, daß jede Implikation zweier Modalitäten ohne Änderung der Geltung mit einer positiven Modalität und unter Umkehrung der Implikationsbeziehung mit einer negativen Modalität linksseitig multipliziert werden kann. Stehen versale griechische Buchstaben für Modalitäten, der Pfeil für die Implikationsbeziehung zwischen Modalitäten, lassen sich die Regeln wie folgt symbolisch darstellen:

$$\begin{array}{lll}(\Lambda \to \Lambda') & \to & (\Lambda\Theta \to \Lambda'\Theta) \\ (\Lambda \to \Lambda') & \to & (\Pi\Lambda \to \Pi\Lambda'),\ \Pi \text{ positiv} \\ (\Lambda \to \Lambda') & \to & (\Sigma\Lambda' \to \Sigma\Lambda),\ \Sigma \text{ negativ}\end{array}$$

Churchman's "Becker's Rule" entspricht den Regeln I und II bei Becker selbst. Vom Theoremstatus der Antezedentien ist bei Becker aber keine Rede. Die Beiträge von Churchman und Parry nimmt Becker in dem Aufsatz „Ein ‚natürliches' formales System der logisch-ontologischen Modalitäten" (Becker *1944*) auf. Dort formuliert er als „allgemeine Regel" des von ihm vorgeschlagenen Modalkalküls (*1944*, 9):

> Allgemeine Regel: Ein zusammengesetzter Modus A impliziert dann und nur dann einen zweiten zusammengesetzten Modus B, wenn jeder elementare Modus von A den an entsprechender Stelle stehenden elementaren Modus von B impliziert.

3.2.2 Iterierte Modalitäten: Zehn-Modalitätenkalkül

Becker bemerkt, daß im Lewisschen System Iterationen von Modaloperatoren nicht vorgesehen sind, also Formen wie

$$\sim\sim p,\ \sim\sim\sim p,\ \ldots, (\sim)^n p$$

nicht gebildet werden können. In der Unmöglichkeit, Ausdrücke wie „die Unmöglichkeit der Unmöglichkeit" zu formulieren, sieht Becker eine Lücke im Lewisschen System, die er durch Hinzuziehung neuer Axiome zu schließen beabsichtigt (Becker *1930*, 512*f.*).

Wenn man im Lewis-System von 1920 als zusätzliches Axiom

$$\sim -p \prec\!\!\!\!\!\circ\; \sim - \sim -p \text{ , d. h. } \cdot p \prec\!\!\!\!\!\circ \cdot\cdot p \tag{1.92}$$

zuläßt, wenn also gelten soll „Wenn es wahr ist, daß p notwendig ist, so ist es auch notwendig, daß p notwendig ist", dann läßt sich ein modallogisches System mit 10 Modalitäten formulieren (515):

$$\mathrm{N, W, M, M', F, U, U^2, FU^2F, U^2F, FU^2} \ .$$

Die Versalbuchstaben stehen für folgende Modi: N für notwendig, W für wahr, M für möglich (nicht unmöglich), M′ für möglicherweise falsch (nicht notwendig), F für falsch und U für unmöglich. Die in die Potenz gesetzten Zahlen stehen für die Anzahl der Iterationen der potenzierten Modi.[15]

Die Frage, welche Zusatzannahmen notwendig sind, um den Zehn-Modalitätenkalkül auf einen Sechs-Modalitätenkalkül zu reduzieren (519–520), und Überlegungen zur linearen Rangfolge unter den Implikationsverhältnissen (521–526) sind weitere Gegenstände von Beckers Untersuchung.

Lewis akzeptierte sowohl Beckers Vorschlag über die Reduktion von Modalitätenketten als auch das neue Axiom zur Iteration von Modalitäten. In der in der *Symbolic Logic* (Lewis/Langford *1932*) veröffentlichten Revision seines Modalkalküls konstituieren die Axiome B1–B7 zusammen mit dem Beckerschen Axiom 1.92 das weitverbreitete modallogische System S4. Das Beckersche Axiom, C11 bei Lewis und Langford, hat in deren Notation die folgende Gestalt (497):

$$\sim \Diamond \sim p \prec\!\!\!\!\!\circ \sim \Diamond \sim \sim \Diamond \sim p \ .$$

Es gilt als „charakteristisches Axiom" von S4 und wird deshalb heute in den Katalogen modallogischer Systeme unter dem Namen „4" geführt (vgl. Bull/Segerberg *1984*, 21). Lewis führt dieses Axiom C11 (bzw. 1.92 oder 4) unter ausdrücklichem Bezug auf Becker ein (Lewis/Langford *1932*, 497). Gleichwohl wollte er Becker nicht die Priorität auf S4 zuerkennen, weil ihm der polnische Logiker Mordechaj Wajsberg (1902–?) schon 1927 brieflich ein zu S4 äquivalentes System mitgeteilt habe (ebd., 492, Fn. 1).

3.2.3 Heytings Axiomatisierung der intuitionistischen Logik

Die von Arend Heyting *1930* vorgelegte Axiomatisierung der intuitionistischen Logik wurde von Becker sogleich auf ihre Beziehungen zum Modal-

[15] Einen frühen Hinweis auf die Bedeutung des Beckerschen Axioms gibt Parry *1933b*. Vgl. auch Parrys Vorschlag einer „analytischen Implikation" (*1933b*).

kalkül hin untersucht.[16] Es ist eine Trivialität (bzw. folgt aus der Transitivität), daß, wenn der Russellsche Kalkül (der klassische Aussagenkalkül) im Modalkalkül enthalten ist[17] und der Heyting-Kalkül im Russellschen enthalten ist, auch der Heyting-Kalkül im Modalkalkül enthalten sein muß. Becker geht es bei seiner Analyse darum (527),

> die Ausfallerscheinungen der ersten [der intuitionistischen Logik] gegenüber der klassischen Logik dadurch verständlich zu machen, daß man die intuitionistischen Begriffe durch die *spezifisch* modalitätslogischen, also die *Lewis*schen „strikten" Begriffe (*strict implication*, *strict logical sum*, *impossibility*) interpretiert.

Becker kann zeigen, daß bei einer solchen Interpretation Notwendigkeit und Wahrheit im Heyting-Kalkül zusammenfallen. Sein Fazit: „Die Eigenart des Lewisschen Systems verschwindet und es wird auf den gewöhnlichen klassischen Kalkül ohne ‚oblique' Modalitäten reduziert."[18] Auch eine alternative Übersetzung Heytingscher Operatoren führt insofern auf unbefriedigende Ergebnisse, als sich nicht alle von Heytings Axiomen modallogisch formulieren lassen. Becker läßt die Frage offen, wie die von ihm formulierten Kalküle modifiziert werden müssen, damit hier Abhilfe geschaffen werden kann. Das Verhältnis von Modalität und Intuitionismus nimmt Becker noch einmal im Schlußabschnitt auf, den er „Die logische Deutung des mathematischen Intuitionismus von der Modallogik aus" betitelt (Becker *1930*, 531–547). Er diskutiert darin Ernst Cassirers (1874–1945) Ausführungen über „Der Gegenstand der Mathematik" im dritten Band der *Philosophie der symbolischen Formen* (Cassirer *1929*, 417–473). Dort hatte Cassirer eine zwischen Formalismus und Intuitionismus ausgleichende Analyse des mathematischen Grundlagenstreits in seiner historischen Einbettung präsentiert.[19]

[16] Becker *1930*, 526. Unter den jüngeren Arbeiten zu diesem Gegenstand ist Schütte *1968* hervorzuheben.

[17] Es ist allerdings nicht der Fall, daß „viele Sätze und auch schon Definitionen des *Heyting*schen Kalküls nicht im *Russell*schen" gelten, wie es bei Becker heißt (Becker *1930*, 527). Es ist gerade umgekehrt, der Heytingsche Kalkül ist strenger. Dies zeigt schon die Nichtgeltung des *tertium non datur* im Heyting-Kalkül.

[18] Becker *1930*, 528. „Oblique Modalitäten" sind Modalitäten im engeren Sinne, also Notwendigkeit, Möglichkeit, Unnotwendigkeit und Unmöglichkeit. Wahrheit und Falschheit gelten als „absolute" Modi.

[19] Cassirer hängte diesem Kapitel übrigens eine wohlwollende Besprechung von Beckers Buch *Mathematische Existenz* (*1927*) an. Er diskutierte auch Beckers Aufsatz „Über den sogenannten ‚Anthropologismus' in der Philosophie der Mathematik" (*1928/29*), der durch eine kritische Besprechung von Beckers Existenzbuch durch Moritz Geiger (Geiger *1928*) provoziert worden war. Geiger kommt darin zu dem Ergebnis, daß das Buch Beckers im Philosophischen letztlich unergiebig sei. Becker verbaue sich ein tieferes Verständnis der mathematischen Existenz u. a. „durch die Einseitigkeit, mit der er kritiklos die anthropologische Einstellung auf die Probleme der Mathematik als Wissenschaft überträgt" (Geiger *1928*, 419).

Mit dieser Diskussion eröffnete Becker die Reihe der modallogischen Interpretationen der intuitionistischen Logik, deren nächster Schritt *1933* mit Kurt Gödels (1906–1978) wirkmächtigem Vorschlag gemacht werden sollte, den Heytingschen Aussagenkalkül durch die Begriffe des gewöhnlichen Aussagenkalküls und den Begriff „p ist beweisbar" zu interpretieren. Gödel weist ausdrücklich darauf hin, daß das von ihm vorgeschlagene System $\mathfrak{S}$ mit dem Lewisschen System der strikten Implikation (aus Lewis/Langford *1932*), ergänzt um das Beckersche Axiom, also mit dem Modalsystem S4 äquivalent ist.[20]

Gödels Ansatz führte in den siebziger Jahren zur Entwicklung der Theorie der mathematischen Modalität, in der Beckers Axiom eine wichtige Rolle spielte, ohne daß allerdings Beckers Urheberschaft gewürdigt worden wäre.[21]

3.3 Phase II: Untersuchungen über den Modalkalkül

3.3.1 Einführung in die Logistik (1951)

Beckers Arbeiten zur Modallogik aus den dreißiger und vierziger Jahren fanden Eingang in zwei monographische Arbeiten, die Becker 1951 und 1952 veröffentlichte. Die ersterschienene Arbeit *Einführung in die Logistik* gibt eine knappe Übersicht über den Stand der logischen Forschung, die vor allem der Einführung in den Modalkalkül dienen sollte. Die „üblichen elementaren Arten des Logikkalküls" werden nur insofern behandelt, „soweit sie im folgenden für die modale Logik vorausgesetzt werden müssen" (*1951*, 7). Beckers Perspektive ist nicht die der mathematischen Logik, sondern die einer „theoretischen Logik", in der, analog zum methodischen Vorbild der theoretischen Physik, „nicht freischwebende Gedankengebäude" geliefert werden sollen, sondern die Erklärung bzw. vollständige Beschreibung dessen, was man einen logischen Tatbestand, eine logische Erfahrung nennen könnte.[22]

[20] Gödel *1933*. Gödel verwendet das Beckersche Axiom in der Form $Np < NNp$. Zum Gödelschen Vorschlag vgl. Troelstra *1986*. Die noch vor Becker vom russischen Ingenieur und Logiker I. E. Orlov vorgelegte modallogische Interpretation der intuitionistischen Logik (Orlov *1928*) ist erst in neuerer Zeit entdeckt und gewürdigt worden (vgl. Došen *1990*, Stelzner *1999*). In seinem Kompatibilitätskalkül führt Orlov einen einstelligen Operator $\Box$ ein (in Orlovs Notation Φ), so daß $\Box A$ „es ist beweisbar, daß A" bedeutet. Das von Orlov formulierte Axiomensystem entspricht dem von S4. Unter seinen Axiomen findet sich auch das Beckersche Axiom $\Box A \rightarrow \Box\Box A$. Orlov antizipiert damit nicht nur die modallogische Interpretation der intuitionistischen Logik, wie sie von Becker und Gödel vorgelegt wurde, sondern auch den Modalkalkül S4.

[21] Den wohl bedeutendsten Beitrag zur Beweisbarkeits-Interpretion der Modallogik und zum System „G" („G" für Gödel) lieferte Robert Solovay *1976*. Vgl. Føllesdal *1989*, 549–551, wo Beckers Priorität anerkannt wird. Vgl. zum System „G" auch Boolos *1979*. Zur Geschichte der Theorie mathematischer Modalität vgl. Boolos/Sambin *1991*.

[22] Becker *1952*, 7; unter Übernahme von Formulierungen aus Becker *1944*, 82.

Diesen Ansatz nimmt Becker in den 1952 erschienenen *Untersuchungen über den Modalkalkül* wieder auf. Seine Untersuchungen über theoretische Logik sollen sich damit beschäftigen (Becker *1952*, 5),

> bestimmte logische bzw. nomologische Strukturen mit mathematischen Mitteln zu analysieren, die vor und unabhängig von aller Mathematik „gegeben" sind. Dabei bleibt durchaus dahingestellt, ob diese Strukturen Normen des Denkens bzw. Wollens sind oder Züge eines objektiven Reiches an sich bestehender Ideen, ob sie im Gemüt a priori bereit liegen oder einer bestimmten Art von Erfahrung zu verdanken sind — oder was man sonst noch über ihr Wesen denken mag. Ausschlaggebend ist lediglich, *daß* sie gegeben sind, *wie* und *wodurch* ist hier nicht von Bedeutung.

In der *Einführung in die Logistik* definiert Becker den Modalkalkül als *logischen Kalkül*, in dem die Modalitäten ausdrücklich berücksichtigt und symbolisch repräsentiert werden. Er wendet sich damit gegen den syntaktischen Zugang Rudolf Carnaps und anderer, in dem die Modalitäten nicht Bestandteil der Sprache des Logikkalküls sind, sondern der „Meta-" bzw. „Syntaxsprache" des Logikkalküls angehören.[23]

Becker formuliert einen eigenen Modalkalkül (hier von Wright folgend MP genannt), der durch die Gesetze des Aussagenkalküls, die Hinzunahme des Notwendigkeitsbegriffs (bzw. des daraus ableitbaren Möglichkeitsbegriffs) sowie zweier Axiome und einer Regel charakterisiert ist. Dieser Kalkül wird dann auch Gegenstand der in den *Untersuchungen über den Modalkalkül* (*1952*) vorgelegten Interpretationen.[24] Die Axiome lauten (*1951*, 67):

$$\begin{array}{rrcl@{\quad}l@{\quad}rrcl} \text{I.} & N(pq) & \equiv & Np.Nq & \text{bzw.} & \text{I}'. & M(p \vee q) & \equiv & Mp \vee Mq \\ \text{II.} & Np & \supset & p & \text{bzw.} & \text{II}'. & p & \supset & Mp\,. \end{array}$$

Dazu tritt die folgende Substitutionsregel:

$$A^\circ \equiv B^\circ \mapsto NA^\circ \equiv NB^\circ \quad \text{bzw.} \quad A^\circ \equiv B^\circ \mapsto MA^\circ \equiv MB^\circ \ ,$$

[23] Carnap rekonstruiert in *Logische Syntax der Sprache* (*1934*, bes. 192–200) die bisherigen modallogischen Systeme als Anwendungen einer „quasi-syntaktischen" Methode. Die quasi-syntaktische Methode führt auf intensionale Sätze, während die syntaktische Methode auch in einer extensionalen Sprache durchführbar ist (198*f.*). Carnaps Bemerkung: „Daher sah Lewis sich veranlaßt, Russells Sprache dadurch zu erweitern, daß er [...] ein neues Zeichen, ‚<' für die sog. *strikte Implikation* [...] einführte" (196) deutet darauf hin, daß ihm nicht das Lewissche Original (*1918*), sondern die Beckersche Darstellung vorlag, denn Lewis verwendete ja den „Angelhaken" $\prec$ für die strikte Implikation. Für eine ausführliche Auseinandersetzung mit Carnaps modallogischen Überlegungen vgl. Becker *1952*, 37–40.

[24] Becker legte MP erstmals in Becker *1944* vor. Für eine kritische Auseinandersetzung mit MP und den Deutungen siehe von Wrights Rezension der Beckerschen Bücher von 1951 und 1952 (von Wright *1953*).

mit Notwendigkeit (N), Möglichkeit (M), Konjunktion (.), Adjunktion ($\vee$), Subjunktion ($\supset$), Äquivalenz bzw. Definitionsgleichheit ($\equiv$) und Ableitbarkeit ($\mapsto$), wobei die indizierten schematischen Buchstaben für Formeln ohne Modaloperatoren stehen. Betrachtet man nur Axiome und Regeln für den Notwendigkeitsbegriff, so besagt das erste Axiom, daß die Konjunktion zweier Aussagen notwendig ist genau dann, wenn jede dieser Aussagen notwendig ist. Das zweite Axiom besagt, daß eine notwendige Aussage wahr ist. Die Regel besagt, daß wenn die Äquivalenz zweier Ausdrücke im Aussagenkalkül bewiesen ist, diese Ausdrücke in jeder Formel von MP austauschbar sind.

Kern von Beckers weiteren Untersuchungen ist der Vergleich seines Systems mit den Modalkalkülen von C. I. Lewis, insbesondere mit S2 in einer reduzierten Variante ($\mathrm{S2}_{\mathsf{red}}$).[25] Es zeigt sich, daß MP eine schwächere Variante von S2 ist.

3.3.2 Statistische Deutung des Modalkalküls

Während die *Einführung in die Logistik* als Lehrbuch konzipiert war, versammelte Becker in den *1952* veröffentlichten *Untersuchungen über den Modalkalkül* die unterschiedlichen Forschungsergebnisse, die er seit den dreißiger Jahren erzielt hatte.

Dazu übernimmt er die modallogischen Teile aus dem *Lehrbuch* und faßt auch seine Überlegungen zur Ontologie der Modalitäten bei Nicolai Hartmann und Martin Heidegger hier noch einmal zusammen (V. Abschnitt: „Die modale Logistik und die philosophische Lehre von den Modalitäten", 56–74). Im Zentrum seiner Untersuchungen stehen aber zwei Deutungen des Modalkalküls MP: die statistische und die „normative" bzw. deontische. Wird die variable Aussage „p trifft im Falle x zu" mit $P(x)$ bezeichnet, so ergibt sich die statistische Deutung der Modaloperatoren Np, $\sim Mp$, Mp und $\sim Np$, hier unter Verwendung von $\bigvee$ für den Existenzquantor und $\bigwedge$ für den Allquantor dargestellt:[26]

$$
\begin{array}{rcll}
Np & =_{\mathrm{Df.}} & \bigwedge_x P(x) & \equiv\ \sim \bigvee_x \sim P(x) \text{ („}p\text{ gilt in allen Fällen“)} \\
\sim Mp & =_{\mathrm{Df.}} & \sim \bigvee_x P(x) & \equiv\ \bigwedge_x \sim P(x) \\
Mp & =_{\mathrm{Df.}} & \bigvee_x P(x) & \equiv\ \sim \bigwedge_x \sim P(x) \text{ („}p\text{ gilt in mind. einem Fall“)} \\
\sim Np & =_{\mathrm{Df.}} & \sim \bigwedge_x P(x) & \equiv\ \bigvee_x \sim P(x)
\end{array}
$$

Ein solcher Satz ist also als notwendig zu bezeichnen (ebd.),

> der in allen Fällen wahr ist, als möglich einer, der in mindestens einem Falle wahr ist, als unnotwendig einer, der nicht in allen Fällen wahr ist, und endlich als unmöglich einer, der in keinem Falle zutrifft.

[25] Vgl. auch Becker *1952*, 12–16.

[26] Becker *1952*, 16. Die statistische Deutung legte Becker erstmals in Becker *1944*, 91–92, vor.

Becker stellt eine Verbindung zur Leibnizschen Lehre von den möglichen Welten her (18):

> *Leibniz* hat bereits in seiner Lehre von den möglichen Welten im Verstande Gottes, von denen Gott nur eine durch seinen freien Entschluß [man sollte ergänzen: nämlich die beste aller möglichen Welten] verwirklicht, eine statistische Theorie der Modalitäten gegeben. Die notwendigen Wahrheiten gelten nämlich für alle möglichen Welten. Die notwendigen Unwahrheiten (Unmöglichkeiten) für keine mögliche Welt. Was möglich ist, findet sich in wenigstens einer Welt vor, was unnotwendig nicht in allen möglichen Welten, demnach in mindestens einer nicht.

3.3.3 Deontische Deutung der Modallogik

Beckers normativ-juristische Deutung des Modalkalküls scheint eine ganze Reihe von Arbeiten fortzuführen, die in den ausgehenden dreißiger Jahren zur Logik der Sollsätze und der Imperative veröffentlicht worden waren.[27] Eigenen Angaben zufolge waren diese Arbeiten Becker jedoch nicht zugänglich. Er bezeichnet daher seinen Ansatz als einen ganz neuen Anfang (*1952*, 41).

Grundbegriff des Beckerschen deontischen Kalküls ist der der Handlung bzw. der Unterlassung. Bezeichnet p eine bestimmte Handlung, so bedeutet $\sim p$ die Unterlassung dieser Handlung p. Die Übersetzung deontischer Begriffe in modallogische Begriffe läßt sich durch folgende Tafel veranschaulichen (42):

[27] Becker nennt selbst Grelling *1939*, Grue-Sorensen *1939* (ebenso wie Sorainen *1939* eine Diskussion von Jørgensen *1938a*, *1938b*), Hofstadter/McKinsey *1939* und Ross *1941* (dort weitere Literaturhinweise zur zeitgenössischen Debatte). Ernst Mallys *Grundgesetze des Sollens* (*1926*) sind Becker wohl entgangen. Zu Mallys deontischer Logik vgl. Føllesdal/Hilpinen *1971*, Weinberger *1958*, 11–18. Weinberger gibt einen umfassenden Überblick über die Sollsatzdiskussion jener Jahre. Zur neueren Geschichte der Verbindung von *possible worlds semantics* und deontischer Logik vgl. Woleński *1990*. Nützliche Einblicke in verschiedene Aspekte der deontischen Logik bieten die von Risto Hilpinen herausgegebenen Sammelbände (*1971*, *1981*)

	Charakteristik der Handlungen:	*Deontische Symbolisierung:*	*Modallogisches Analogon:*
1.	p ist geboten (befohlen, verfügt, angeordnet)	Gp	Np
2.	p ist erlaubt	Ep	Mp
3.	p ist verboten (nicht erlaubt)	$G \sim p \equiv \sim Ep$	$N \sim p \equiv \sim Mp$
4.	p ist „ungeboten“ (nicht geboten, die Unterlassung von p ist erlaubt)	$\sim Gp \equiv E \sim p$	$\sim Np \equiv M \sim p$
5.	p ist „freigestellt“ (weder ge- noch verboten, p und seine Unterlassung sind beide erlaubt)	$\sim (Gp \vee G \sim p) \equiv Ep \cdot E \sim p$	$\sim (Np \vee N \sim p) \equiv Mp \cdot M \sim p$

Auch hier führt Becker die Iteration von Funktoren ein, mit der sich in der deontischen Logik die Verhältnisse in Hierarchien ausdrücken lassen. Als Beispiele führt er u. a. an (*1952*, 46): *GEGp* kann gedeutet werden als: die höhere Instanz befiehlt der mittleren, zu erlauben, daß die untere Instanz die Handlung p (nach ihrem eigenen Ermessen) anordnet, z. B.: Der Regierungspräsident verfügt, daß die Landräte den Bürgermeistern erlauben, nach ihrem Ermessen die Räumung von Häusern bei Hochwassergefahr anzuordnen. *EGEp* kann gedeutet werden: die höhere Instanz erlaubt der mittleren (nach eigenem Ermessen), der unteren Instanz zu befehlen, die Handlung p zu gestatten, z. B.: Der Regimentskommandeur ermächtigt die Bataillonskommandeure, zu befehlen, daß die Kompanieführer Urlaub erteilen.

Beckers *Einführung in die Logistik* (*1951*) ist eine der wesentlichen Quellen von Ulrich Klugs *Juristischer Logik* (*1951*). Klugs Lehrbuch diente der Bereitstellung des technischen Handwerkszeugs für die Anwendung mathematisch-logischer Methoden auf juristische Fragestellungen, ohne daß allerdings die Modallogik oder die deontische Logik eine große Rolle gespielt hätte. Gleichwohl gilt Klugs *Juristische Logik* als „Pionierarbeit“ (Fiedler *1959*, 439) für die Nutzbarmachung der mathematischen Logik für die Rechtsprechung.[28] Klug versuchte später aber auch eine eigene Normenlogik bei Vermeidung des Sollensbegriffs zu begründen, wobei er sich Beckers Modalkalkül und von Wrights deontischer Logik bediente (vgl. Klug *1962*).

Die symbolisch-logischen Ansätze zur Begründung einer Rechtslogik von Becker und von Wright blieben natürlich nicht unwidersprochen. Der Rechtslogiker Georges (Jerzy) Kalinowski geht in seinem Buch *Einführung in die*

[28] Albert Menne beurteilt Klugs Leistung wie folgt (Menne *1983*, Zit. nach der Neuausgabe, 179): „Es ist [...] das historische Verdienst von Ulrich Klug, als erster in Deutschland 1950 in einem Lehrbuch der Logik für Juristen die moderne Logik dargestellt und auf wichtige Probleme der juristischen Methodenlehre angewandt zu haben.“ Vgl. für eine Auseinandersetzung Beckers mit Klug Becker *1949*.

Normenlogik (*1972*) ausführlich (und kritisch) auf Oskar Beckers juristisch-normative Interpretation des Modalkalküls ein.[29] Er bezeichnet (Kalinowski *1972*, 71) Beckers Beiträge zur deontischen oder Normenlogik wie die von Georg Henrik von Wright und Robert Blanché (vgl. z. B. Blanché *1952*) als solche von Logikern,

> die zu einem bestimmten Zeitpunkt ihre Forschungen auf Normen oder auf Sätze über Normen ausgedehnt haben. Dies erklärt wahrscheinlich, daß in ihren jeweiligen Systemen die normative Syllogistik fehlt, auf der die häufigsten unter den deduktiven normativen Schlüssen der Ethiker und Juristen beruhen.

Kalinowski hebt die Ähnlichkeit der Beckerschen Normenlogik mit der deontischen Logik Georg Henrik von Wrights hervor.[30] Beide beruhen, so Kalinowski, auf der Übertragung von Begriffen der Modallogik einerseits und der klassischen zweiwertigen Satzlogik andererseits auf den Bereich der Normen und Befehle. Sie sind damit wesentlich auf Analogiebildung gegründet, wodurch es für Kalinowski nicht verwunderlich ist, „daß die so erhaltenen Resultate weithin fragwürdig sind“ (64). Er ist insbesondere skeptisch, ob sich die Formeln des deontischen Kalküls als hilfreich für die juristische Praxis erweisen werden.

Zur Idee der iterierten Modalitäten, die Becker als iterierte normative Funktoren auch in die Normenlogik aufnahm, äußert sich Kalinowski sehr distanziert. Ein Ausdruck wie „GEp“ ist z. B. zu lesen als: „Die höhere Instanz befiehlt der niederen Instanz, die Handlung p anzuordnen.“ Kalinowski will diese Idee „an sich“ nicht anfechten, weil sie mit der Konzeption des „Stufenbaus des Rechts“ von Hans Kelsen[31] im Einklang steht.[32] Er kritisiert aber die symbolische Notation bei Becker und seinen Nachfolgern. Kalinowski bemerkt zutreffenderweise, daß die Iteration von deontischen Ausdrücken auf deontische Sätze höherer Stufe führt und damit auf einen Stufenbau, der durch die Gleichordnung der Funktoren nicht ausgedrückt wird.

Insgesamt dürfte Georges Kalinowskis Einschätzung von Beckers Wirkung zuzustimmen sein, wonach Becker wegen der Ähnlichkeiten seiner Normenlogik zur deontischen Logik des finnischen Logikers dessen ohnehin schon großen Einfluß noch weiter verstärkte. „Man kann daher sagen,“ so Kali-

[29] Kalinowski *1972*, 64–68; in seiner Einführung in die juristische Logik (Kalinowski *1965*) erwähnt Kalinowski Becker nicht.

[30] Für einen Vergleich beider Systeme vgl. Kalinowski *1972*, 66*f*.

[31] Kelsen *1934*. Vgl. insbesondere Kap. V: „Die Rechtsordnung und ihr Stufenbau“.

[32] Auch Paul Lorenzen hält sie für sinnvoll in differenzierten Verwaltungssystemen oder hierarchischen Rechtsordnungen. Ein Beispiel ist die Bindung von Normsetzungen des Parlaments an Verfassungsnormen, wie sie sich in Verfassungsgeboten etwa der amerikanischen Verfassung der Form “Congress shall make no law . . . ” äußert (Lorenzen *1987*, 123).

nowski, „daß sie [Beckers Normenlogik] eher mittelbar denn unmittelbar von Gewicht ist.“[33]

3.3.4 Semantik

Mit seinen beiden Interpretationen will Becker eine *inhaltliche* Semantik für die Modallogik liefern. Georg Henrik von Wright hat ihn daher auch als Pionier der modalen Semantik bezeichnet (von Wright *1989*, 851). Für die statistische Deutung, die ja in der von Becker präsentierten Form nur für das System MP gilt, beansprucht Becker sogar ein objektives und universelles Kriterium gegeben zu haben, mit welchem unter den möglichen Formalisierungen eine „natürliche“ Logik modaler Begriffe ermittelt werden kann (*1951*, 5; *1952*, 22). Damit ist auch klar, daß Becker MP für eine solche ausgezeichnete Logik hält. Für von Wright ist dieser Anspruch überzogen (*1953*, 559), denn erstens läßt sich die statistische Interpretation in leicht modifizierter Fassung auch für andere Modalkalküle formulieren, zweitens gibt es andere Interpretationen der Modallogik, die mit ähnlichen Ansprüchen auftreten könnten, und drittens gibt es einige höchst plausible Aussagen, die in MP nicht gelten. Ein Beispiel ist die Aussage, daß eine notwendig wahre Aussage auch notwendig möglich ist. Diese Aussage läßt sich in S2 und stärkeren Systemen leicht beweisen, ist in MP aber „statistisch ungültig“ (ebd.).

Gibt man den inhaltlich-semantischen Zugang und die Vorstellung einer ausgezeichneten Modallogik auf, so erscheint Beckers Vorschlag einer deontischen Logik (wie auch das Konzept von von Wright) als syntaktisches System, das nun formal-semantischen Untersuchungen zugänglich wird.[34] Der formal-semantische Zugang verhalf dann auch der modalen Semantik einige Jahre später zum Durchbruch, als Jaakko Hintikka (*1957*) und Stig Kanger (*1957*) die Grundlagen für die später so genannte “possible worlds semantics” schufen.[35] Die Beckerschen Antizipationen wurden in diesen Arbeiten ebenso übergangen wie von Richard Montague (*1960*) und in den paradigmasetzenden Beiträgen von Saul Kripke (*1959*, *1963a*, *1963b*, *1965*).

[33] Kalinowski *1972*, 67*f*. Kalinowski will dieses Urteil allerdings nicht auf Beckers originellen Gedanken einer Iteration deontischer Funktoren angewendet sehen.

[34] Vgl. Woleński *1990*. Woleńskis Urteil gilt auch für den von Becker und von Wright unabhängigen Modalkalkül von Jerzy (Georges) Kalinowski (*1953a*, *1953b*) und die Zugänge der ersten Nachfolger von Wrights, Arthur Prior (*1954*), Alan Anderson (*1956*) und Jens Erik Fenstad (*1959*).

[35] Kripke *1959*, 2: “The basis of the informal analysis which motivated these definitions [of validity, satifiability, universal validity] is that a proposition is necessary if and only if it is true in all ‘possible worlds.’ (It is not necessary for our present purpose to analyze the concept of a ‘possible world’ any further.)”

4 Die Wirkung Oskar Beckers

Oskar Becker brachte seine wesentlichen Beiträge zur Modallogik zu Anfang der dreißiger und der fünfziger Jahre ein und damit zu Zeiten, in denen die Modallogik dynamische Entwicklungsschübe erfuhr. In den dreißiger Jahren wurde insbesondere durch das Buch von Lewis und Langford (*1932*) die Relevanz der Modallogik erstmals einem breiteren Publikum bewußt. Zu Anfang der fünfziger Jahre stand die Formulierung der deontischen Logik am Beginn einer rasanten Entwicklung immer neuer Anwendungen des Modalkalküls. In beiden Zeiträumen hat Becker durch wichtige Beiträge die Entwicklung entscheidend geprägt. An erster Stelle ist die Idee der Iteration von Modalitäten zu nennen, die zum Charakteristikum des Systems S4 wurde. Diese Beiträge sind von Beckers Zeitgenossen durchaus anerkannt worden, z. B. von C. I. Lewis hinsichtlich S4 und von Kurt Gödel hinsichtlich der modallogischen Interpretation der intuitionistischen Logik. Es stellt sich also die Frage, warum Beckers Beiträge zur Modallogik heute weitgehend vergessen sind.

Becker teilte mit Lewis die Auffassung, daß der Modalkalkül eine Alternative zur von Frege und Russell inaugurierten Formalisierung der Logik darstellt. Dies wird z. B. in Beckers Bestreben deutlich, die Modallogik als allgemeinste Logik zu konstituieren, die auch klassische und effektive Aussagenlogik umfaßt, und innerhalb dieser MP auszuzeichnen. Georg Henrik von Wright hat diese Auffassung als "misconception" bezeichnet (von Wright *1989*, 849). Die Modallogik sei vielmehr eine Erweiterung der klassischen Aussagenlogik, wie er sie in seinem *Essay in Modal Logic* (*1951b*) konzipiert und wie sie schon vor ihm Robert Feys vorgeschlagen hatte (Feys *1937/38*). Beckers Konzeption gehöre damit noch einer „vor-modernen“ modallogischen Ausrichtung an.

Es sind also die philosophischen Ansprüche, die Becker mit seinen modallogischen Untersuchungen verband, die dem „Zeitgeist“ in der Logik der fünfziger Jahre entgegenstanden. Einige von Beckers technischen Anregungen wurden schnell in die aktuellen modallogischen Systeme implementiert, seine Arbeiten erschienen aber der jüngeren Generation skandinavischer und angelsächsischer Logiker, die die weitere Entwicklung der Modallogik tragen sollten, nicht mehr der Lektüre wert. Denn für diese mathematisch-logisch ausgerichteten Forschergruppen waren Beckers Beiträge zu philosophisch.

Es bleibt das Versäumnis der Philosophen, Beckers modallogische Arbeiten nicht gebührend zur Kenntnis genommen zu haben. Das Dialogangebot von Beckers Seite hatte es gegeben, hatte er doch seine eigenen Überlegungen zu denen von Nicolai Hartmann und Martin Heidegger in Beziehung gesetzt. Beckers integratives Konzept hätte sicherlich auch Anknüpfungspunkte zu umfassenderen philosophisch-logischen Richtungen wie der hermeneutischen Logik bieten können. Es hätte damit als Klammer zwischen den auseinanderdriftenden Richtungen der mathematischen Logik und der eher traditionellen Logostheorien der Philosophie dienen können. Die Situation war aber der seines Verhältnisses zu den Mathematikern komplementär. Den Philosophen waren seine Arbeiten technisch zu anspruchsvoll.

Eine Ausnahmestellung nimmt Paul Lorenzen ein, der sich noch im modallogischen Teil seines letzten Buches, des *Lehrbuchs der konstruktiven Wissenschaftstheorie*, ausführlich mit Becker auseinandersetzt (*1987*, 143–147). Lorenzen kritisiert dort den Beckerschen Anspruch, eine Rechtfertigung der effektiven Quantorenlogik (also des Heytingschen intuitionistischen Logikkalküls) mit den Mitteln der klassischen Modallogik zu erhalten. Er rekonstruiert den zugrundeliegenden Gedankengang wie folgt: Die semantische Konsistenz und Vollständigkeit wird als Rechtfertigung der klassischen Modallogik betrachtet. Wenn nun alle quantorenlogischen Formeln in modallogische übersetzt werden können, so daß jede effektiv logisch-wahre Aussage auch klassisch modallogisch-wahr ist, glaubt man „ ‚verstanden' zu haben, was die Konstruktivisten mit ihren starken Adjunktionen und Subjunktionen (die in der klassischen Logik nicht vorkommen) wollen" (*1987*, 143). Für Lorenzen ist es aber vergebliche Mühe, die effektive Logik vom klassischen Standpunkt aus verstehen zu wollen (ebd.). Lorenzen gesteht Becker zu, daß das triviale Eingebettetsein in die klassische Modallogik zwar eine „Semantik" für die effektive Logik liefert, für die Begründungsverhältnisse aber nichts beisteuert. Die Einbettung der klassischen Logik in die effektive Logik ist dagegen durchaus für Begründungsverhältnisse relevant, denn wenn die effektive Logik z. B. dialogisch begründet wird, ist damit auch eine Begründung der klassischen Logik geliefert (ebd.).

Literaturverzeichnis

Ackermann, Wilhelm *1956* „Begründung einer strengen Implikation", *Journal of Symbolic Logic* **21**, 113–128.

Anderson, Alan *1956 The Formal Analysis of Normative Systems*, New Haven (= *Office of Naval Research. Group Psychology Branch. Technical Report No. 2*), wieder in Rescher (Hg.) *1967*, 147–213.

Becker, Oskar *1927* „ Mathematische Existenz. Untersuchungen zur Logik und Ontologie mathematischer Phänomene", *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* **8**, 439–809; auch separat: Max Niemeyer: Halle a. S.

— *1928/29* „Über den sogenannten ‚Anthropologismus' in der Philosophie der Mathematik (Eine Erwiderung in Sachen der ‚Mathematischen Existenz')", *Philosophischer Anzeiger* **3**, 369–387.

— *1930* „Zur Logik der Modalitäten", *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* **11** (1930), 497–548; auch separat Niemeyer: Halle a. S.

1930; Auszug: Becker *1986*.

— *1942/43* „Das formale System der ontologischen Modalitäten. (Betrachtungen zu *N. Hartmanns* Werk ‚Möglichkeit und Wirklichkeit')", *Blätter für deutsche Philosophie* **16**, 387–422.

— *1943/44* „Para-Existenz. Menschliches Dasein und Dawesen", *Blätter für Deutsche Philosophie* **17**, 62–95.

— *1944* „Ein ‚natürliches' formales System der logisch-ontologischen Modalitäten", *Blätter für deutsche Philosophie* **18** (1944), 82–93.

— *1949* „Zwei logistische Bemerkungen. I. Zu Ulrich Klugs ‚Lehre von den Kontrapositionsschlüssen', insbesondere zu einer darin auftretenden Paradoxie. II. Zu B. Freytag-Löringhoffs ‚System der Modi des Syllogismus', insbesondere zu einem darin aufgestellten neuen Prinzip", *Zeitschrift für philosophische Forschung* **4**, 581–583.

— *1951 Einführung in die Logistik, vorzüglich in den Modalkalkül*, Westkulturverlag Anton Hain: Meisenheim/Glan.

— *1952 Untersuchungen über den Modalkalkül*, Westkulturverlag Anton Hain: Meisenheim/Glan.

— *1971* „Zur Logik der Modalitäten", in: Berka/Kreiser *1971*, 152–160; ^{4}1986, 165–172; Auszug von Becker *1930* (S. 502–511).

Berka, Karel/Kreiser, Lothar *1971 Logik-Texte. Kommentierte Auswahl zur Geschichte der modernen Logik*, Akademie-Verlag: Berlin, ^{4}1986.

Blanché, Robert *1952* "Quantity, Modality and Other Kindred Systems of Categories", *Mind* n. s. **61**, 369–375.

Boolos, George *1979 The Unprovability of Consistency. An Essay in Modal Logic*, Cambridge University Press: Cambridge u. a.

Boolos, George/Sambin, Giovanni *1991* "Provability: The Emergence of a Mathematical Modality", *Studia Logica* **50**, 1–23.

Bull, Robert/Segerberg, Krister *1984* "Basic Modal Logic", in: *Handbook of Philosophical Logic*, Bd. 2: *Extensions of Classical Logic*, hg. v. D. Gabbay/F. Guenthner, Reidel: Dordrecht/Boston/Lancaster (*Synthese Library*; 165), 1–88.

Carnap, Rudolf *1934 Logische Syntax der Sprache*, Julius Springer: Wien (= *Schriften zur wissenschaftlichen Weltauffassung*; 8).

Cassirer, Ernst *1929 Philosophie der symbolischen Formen*, 3 Tle., Bruno Cassirer: Berlin 1923–1929, Tl. 3: *Phänomenologie der Erkenntnis*.

Churchman, C. West *1938* "On Finite and Infinite Modal Systems", *The Journal of Symbolic Logic* **3**, 77–82.

Došen, Kosta *1990 The First Axiomatization of a Relevant Logic*, Zentrum Philosophie & Wissenschaftstheorie: o.O. [Konstanz] (= *Konstanzer Berichte zur Logik und Wissenschaftstheorie*; Report 9-90).

Fenstad, Jens Erik *1959 Notes on Normative Logic*, H. Aschehoug & Co. (W. Nygaard): Oslo (= *Avhandlinger utgitt av Det Norske Videnskaps-Akademi i Oslo. II. Hist.-Filos. Klasse. 1959. No. 1*).

Feys, Robert *1937/38* «Les Logiques nouvelles des modalités», *Revue néoscholastique de philosophie* **40** (1937), 517–553, **41** (1938), 217–252.

Fiedler, Herbert *1959* „Klugs juristische Logik“, *Archiv für Rechts- und Sozialphilosophie* **45**, 439–449.

Føllesdal, Dagfinn *1989* “Von Wright’s Modal Logic”, in: Schilpp/Hahn (Hgg.) *1989*, 539–556.

Føllesdal, Dagfinn/Hilpinen, Risto *1971* “Deontic Logic: An Introduction”, in: Hilpinen (Hg.) *1971*, 1–35.

Geiger, Moritz *1928* Rez. v. Becker *1927*, *Göttingische Gelehrte Anzeigen* **190**, Nr. 9, 401–419.

Gödel, Kurt *1933* „Eine Interpretation des intuitionistischen Aussagenkalküls“, in: *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* H. 4, 39–40; Nachdruck in Berka/Kreiser *1986*, 200–201; zweisprachige Ausgabe in Gödel *1986*, 300–302.

— *1986 Collected Works*, Bd. 1: *Publications 1929–1936*, hg. v. Solomon Feferman u.a., Oxford University Press: New York/Clarendon Press: Oxford.

Grelling, Kurt *1939* „Zur Logik der Sollsätze“, *Unity of Science Forum* 1939, 44–47.

Grue-Sorensen, J. *1939* „Imperativsätze und Logik. Begegnung einer Kritik“, *Theoria* **5**, 195–202.

Hartmann, Nicolai *1938 Möglichkeit und Wirklichkeit*, Walter de Gruyter: Berlin; ^{2}1949.

Heidegger, Martin *1927* „Sein und Zeit“, *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* **8**; auch separat Niemeyer: Halle a. S. 1930; Niemeyer: Tübingen ^{14}1977.

Heyting, Arend *1930* „Die formalen Regeln der intuitionistischen Logik“, 3 Tle., *Sitzungsberichte der Preussischen Akademie der Wissenschaften. Physikalisch-mathematische Klasse* 1930, 42–56, 57–71, 158–169.

Hilbert, David/Ackermann, Wilhelm *1938 Grundzüge der theoretischen Logik*, 2. verb. Aufl., Springer: Berlin (*Grundlehren der mathematischen Wissenschaften*; Bd. 27); Erstaufl. 1928.

Hilpinen, Risto (Hg.) *1971 Deontic Logic: Introductory and Systematic Readings*, Dordrecht: Reidel (= *Synthese Library*).

— *1981 New Studies in Deontic Logic. Norms, Actions, and the Foundations of Ethics*, Reidel: Dordrecht/Boston/London (= *Synthese Library*; 152).

Hintikka, Jaakko *1957 Quantifiers in Deontic Logic*, Helsingfors (= *Societas Scientiarum Fennica. Commentationes Humanarum Litterarum*; Bd. 23.4).

Hofstadter, Albert/McKinsey, J. C. C. *1939* "On the Logic of Imperatives", *Philosophy of Science* **6**, 446–457.

Hughes, G. E./Cresswell, M. J. *1996 A New Introduction to Modal Logic*, Routledge: London/New York.

Husserl, Edmund *1929* „Formale und transzendentale Logik. Versuch einer Kritik der logischen Vernunft", *Jahrbuch für Philosophie und phänomenologische Forschung* **10**, auch separat Niemeyer: Halle a. S. 1929, wieder mit ergänzenden Texten hg. v. Paul Jansen, Martinus Nijhoff: Den Haag 1974 (*Husserliana*; Bd. XVII).

Jørgensen, Jørgen *1938a* "Imperativer og Logik", *Theoria* **4**, 183–190.

— *1938b* "Imperatives and Logic", *Erkenntnis* **7**, 288–296.

Kalinowski, Georges (= Jerzy) *1965 Introduction a la logique juridique. Éléments de sémiotique juridique, logique des normes et logique juridique*, R. Pichon & R. Durand-Anzias: Paris.

— *1972 Einführung in die Normenlogik*, Athenäum: Frankfurt a. M. (*Schwerpunkte Linguistik und Kommunikationswissenschaft*; 11).

Kalinowski, Jerzy (= Georges) *1953a* "Teoria zdań normatywnych", *Studia Logica* **1**, 113–146.

— *1953b* ≪ Théorie des propositions normatives ≫, *Studia Logica* **1**, 147–182.

Kanger, Stig *1957 Provability in Logic*, Diss. Stockholm 1957, Almqvist & Wiksell: Uppsala (= *Stockholm Studies in Philosophy*; 1).

Kelsen, Hans *1934 Reine Rechtslehre. Einleitung in die rechtswissenschaftliche Problematik*, Leipzig/Wien; 2. Neudruck der 1. Aufl., Scientia: Aalen 1994.

Klug, Ulrich *1951 Juristische Logik*, Springer Verlag: Berlin/Göttingen/Heidelberg (^{2}1958, ^{4}1982).

— *1962* „Bemerkungen zur logischen Analyse einiger rechtstheoretischer Begriffe und Behauptungen", in: *Logik und Logikkalkül*, hg. v. Max Käsbauer/Franz v. Kutschera, Karl Alber: Freiburg/München, 115–125.

Kneale, William/Kneale, Martha *1962 The Development of Logic*, Clarendon Press: Oxford; Repr. 1986.

Kripke, Saul A. *1959* "A Completeness Theorem in Modal Logic", *The Journal of Symbolic Logic* **24**, 1–14.

— *1963a* "Semantical Analysis of Modal Logic I. Normal Propositional Calculi", *Zeitschrift für mathematische Logik und Grundlagen der Mathematik* **9**, 67–96.

— *1963b* "Semantical Considerations of Modal Logic", in: *Colloquium on Modal and Many Valued Logics. Proceedings. Helsinki, 23–26 Aug., 1962*, hg. v. Alan Ross Anderson Societas Phil. Fennica: Helsinki (= *Acta Philosophica Fennica*; 16), 84–94.

— *1965* “Semantical Analysis of Modal Logic II. Non-normal Modal Propositional Calculi”, in: *The Theory of Models. Proceedings of the 1963 Symposium at Berkeley* , hg. v. I. W. Addison/Leon Henkin/Alfred Tarski, North-Holland: Amsterdam (= *Studies in Logic and the Foundations of Mathematics*), 206–220.

Lemmon, E. J. *1977 An Introduction to Modal Logic*, in Zusammenarbeit mit Dana Scott, Blackwell: Oxford.

Lewis, Clarence Irving *1912* “Implication and the Algebra of Logic”, *Mind* n. s. **21**, 522–531.

— *1918 A Survey of Symbolic Logic*, University of California Press: Berkeley; um Kapitel V und VI gekürzter Reprint Dover Publications: New York 1960.

— *1920* “Strict Implication – An Emendation”, *Journal of Philosophy, Psychology, and Scientific Method* **17**, 300–302.

— *1960* “Preface to the Dover Edition”, in: Ders., *A Survey of Symbolic Logic*, Dover Publications: New York, vii.

Lewis, Clarence Irving/Langford, Cooper Harold *1932 Symbolic Logic*, The Century Co.: New York/London (= *The Century Philosophy Series*).

Lorenzen, Paul *1987 Lehrbuch der konstruktiven Wissenschaftstheorie*, B. I. Wissenschaftsverlag: Mannheim/Wien/Zürich.

MacColl, Hugh *1906 Symbolic Logic and its Applications*, Longmans, Green, and Co.: London/New York/Bombay.

Mally, Ernst *1926 Grundgesetze des Sollens. Elemente der Logik des Willens*, Leuschner & Lubansky: Graz; wieder in: ders., *Logische Schriften. Grosses Logikfragment – Grundgesetze des Sollens*, hg. v. Karl Wolf/Paul Weingartner, Reidel: Dordrecht 1971 (= *Synthese Historical Library*).

Martin, Gottfried *1969* „Oskar Beckers Untersuchungen über den Modalkalkül“, *Kant-Studien* **60**, 312–318.

Menne, Albert *1983* „Zur Anwendbarkeit mehrwertiger Kalküle in der juristischen Logik“, in: *Festschrift für Ulrich Klug zum 70. Geburtstag*, 2 Bde., Köln 1983, Bd. 1, 135–141; wieder in Menne, *Folgerichtig Denken*, 2. Aufl., Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt 1997, 177–185.

Montague, Richard *1960* “Logical Necessity, Physical Necessity, Ethics, and Quantifiers”, *Inquiry* **3**, 259–269.

Orlov, I. E. *1928* „Ischislenie sovmestnosti predlozheniĭ“, *Matematicheskiĭ sbornik* **35**. 263–286.

Parry, William T. *1933a* „Ein Axiomensystem für eine neue Art von Implikation (analytische Implikation)“, *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* **4**, 5–6.

— *1933b* „Zum Lewisschen Aussagenkalkül“, *Ergebnisse eines mathematischen Kolloquiums* **4**, 15–17.

— *1934* "The Postulates for 'Strict Implication'" *Mind* n. s. **43**, 78–80.

PRIOR, A. N. *1954* "The Paradoxes of Derived Obligation", *Mind* n. s. **63**, 64–65.

— *1955 Formal Logic*, Clarendon Press: Oxford ²1962.

RESCHER, Nicolas (Hg.) *1967 The Logic of Decision and Action*, University of Pittsburgh Press: Pittsburgh.

ROSS, Alf *1941* "Imperatives and Logic", *Theoria* **7**, 53–71.

SCHILPP, Paul Arthur/HAHN, Lewis Edwin (Hgg.) *1989 The Philosophy of Georg Henrik von Wright*, Open Court: La Salle, Ill. (= *The Library of Living Philosophers*; XIX).

SCHÜTTE, Kurt *1968 Vollständige Systeme modaler und intuitionistischer Logik*, Springer-Verlag: Berlin/Heidelberg/New York (= *Ergebnisse der Mathematik und ihrer Grenzgebiete*).

SOLOVAY, Robert M. *1976* "Provability Interpretations of Modal Logic", *Israel Journal of Mathematical Logic* **25**, 287–304.

SORAINEN, Kalle *1939* „Der Modus und die Logik", *Theoria* **5**, 202–224.

STELZNER, Werner *1993* „Hugh MacColl – Ein Klassiker der nichtklassischen Logik", in: *Philosophie und Logik. Frege-Kolloquien Jena 1989/1991*, hg. v. Werner Stelzner, Walter de Gruyter: Berlin/New York (*Perspektiven der Analytischen Philosophie*; 3), 145–154.

— *1999* „Orlov: Relevanter modalisierter Intuitionismus", unveröffentl. TS.

TROELSTRA, Anne S. *1986* "Introductory Note to *1933f*", in: Gödel *1986*, 296–299.

WEINBERGER, Ota *1958* „Die Sollsatzproblematik in der modernen Logik", *Rozpravy Československé Akademie Věd* **68.1**, 1–124; wieder in: ders., *Studien zur Normenlogik und Rechtsinformatik*, Schweitzer: Berlin 1974, 58–186.

WIEGAND, Olav K. *1998 Interpretationen der Modallogik. Ein Beitrag zur phänomenologischen Wissenschaftstheorie*, Kluwer: Dordrecht/Boston/London (*Phaenomenologica*; 145).

WOLEŃSKI, Jan *1990* "Deontic Logic and Possible Worlds Semantics: A Historical Sketch", *Studia Logica* **49**, 273–282; wieder in: ders., *Essays in the History of Logic and Logical Philosophy*, Jagiellonian University Press: Kraków 1999 (= *Dialogikon*; 8), 241–248.

VON WRIGHT, Georg Henrik *1951a* "Deontic Logic", Mind n. s. **60**, 1–15; wieder in von Wright *1957*, 58–74.

— *1951b An Essay in Modal Logic*, North-Holland: Amsterdam (= *Studies in Logic and the Foundation of Mathematics*; 4).

— *1953* Rezensionen von Becker *1951*, Becker *1952*, *Mind* n. s. **62**, 557–561.

— *1957 Logical Studies*, Routledge and Kegan Paul: London.

— *1989* "A Reply to My Critics", in: Schilpp/Hahn (Hgg.) *1989*, 733–887.

Zach, Richard *1999* "Completeness before Post: Bernays, Hilbert, and the Development of Propositional Logic", *Bulletin of Symbolic Logic* **5**, 331–366.

Zimny, Leo *1969* „Oskar Becker – Bibliographie", *Kant-Studien* **60**, 319–330.