Die Aktualität der Logik als Organon*

Volker Peckhaus
Universität Paderborn
Fakultät für Kulturwissenschaften – Philosophie
Warburger Str. 100, D – 33098 Paderborn
E-mail: volker.peckhaus@upb.de

1 Ist Logik ist ein Organon der Wahrheit?

Ich vertrete hier die Auffassung, daß die Kalküle der formalen Logik, aber auch die der Mathematik kreativ sind bzw. Kreativität unterstützten, und dies insbesondere dann, wenn sie als Organon eingesetzt werden. Ich verwende „Organon" gleichbedeutend mit „Werkzeug, Hilfsmittel". Ich behaupte also, daß logische Kalküle ein Werkzeug zur Findung bzw. Erfindung des Neuen sind.

Damit beziehe ich Position gegen Kant, der ja bekanntlich der Logik den Organoncharakter sehr deutlich abgesprochen hat, damit aber auch jede kreative Funktion bei der Gewinnung neuen Wissens. In der „Jäsche-Logik" (Kant *1800*) spricht Kant zwar von der Abgeschlossenheit der Logik seit Aristoteles' Zeiten, auch wenn er Weiterentwicklungen der formalen Logik in Hinblick auf Genauigkeit, Bestimmtheit und Deutlichkeit anerkennt (ebd., A 18, Akademie-Ausgabe 20). Von den Versuchen, diese Verbesserungen durch kalkulatorische und symbolische Methoden im Rahmen einer *ars inveniendi* Leibnizschen Stils zu erreichen, hält er nichts: „Die Logik ist [...] keine allgemeine Erfindungskunst und kein Organon der Wahrheit; – keine Algebra, mit deren Hülfe sich verborgene Wahrheiten entdecken ließen" (ebd., A 17, Akademie-Ausgabe 20). Insbesondere der seinerzeit neuesten Logik dieser Ausrichtung, Johann Heinrich Lamberts *Neuem Organon* (1764), spricht er in dieser Hinsicht jeden Wert ab (ebd., A 18, Akademie-Ausgabe 21).

Die formale Logik liefert für Kant nur das „bloß logische Kriterium der Wahrheit, nämlich die Übereinstimmung einer Erkenntniß mit den allgemei-

*Vortrag, gehalten am 27. September 2005 im Kolloquium 2: „Kreativität und Logik – Kreativität der Generierung formaler Strukturen" auf dem XX. Deutschen Kongress für Philosophie „Kreativität", 26.–30. September, TU Berlin.

nen und formalen Gesetzen des Verstandes und der Vernunft“ und damit eine „negative Bedingung aller Wahrheit“ (ebd., B 84). Die Analytik ist der „wenigstens negative Probirstein der Wahrheit“. In ihr können alle Erkenntnisse hinsichtlich der formalen Übereinstimmung mit ihren Regeln geprüft werden, bevor die inhaltliche Prüfung beginnt, ob die gegebene Erkenntnis hinsichtlich ihrer Gegenstände eine positive Wahrheit enthält (ebd.). Auch in der *Kritik der reinen Vernunft* polemisiert Kant scharf gegen den Organon-Gedanken, also gegen eine Instrumentalisierung der Logik für die Findung von Wahrheiten, wie sie von Leibniz, Wolff und Lambert angestrebt worden war: Die allgemeine Logik, so Kant, die ja doch bloß ein Kanon, also ein Regelwerk zur Beurteilung der Erkenntnis sei, sei „gleichsam wie ein *Organon* zur wirklichen Hervorbringung, wenigstens zum Blendwerk von objectiven Behauptungen gebraucht, und mithin in der That dadurch gemißbraucht worden“ (*KrV* B 85). Dieser, fälschlicherweise als Organon betrachtete Teil der allgemeinen Logik heiße Dialektik und sei „eine Logik des Scheins“, da sie nichts über den Inhalt der Erkenntnis lehre, sondern unabhängig von den Gegenständen der Erkenntnis lediglich die formalen Bedingungen der Übereinstimmung mit dem Verstand behandle (B 86).

Kant kritisiert zurecht weit überzogene Hoffnungen der Rationalisten, die es ihm mit dem Erfolg und der Leistungsfähigkeit ihrer Kalkülsysteme insofern einfach machten, als sie einige von deren Merkmalen besonders scharf hervortreten ließen. Nehmen wir etwa den Linienkalkül Lamberts (Lambert 1764, Dianoiologie, § 262). Den Modus Darapti (Alle M sind P, alle M sind S, also einige S sind P) z. B. stellt Lambert wie folgt dar: zunächst werden die Prämissen notiert

$$
\begin{array}{c}
\ldots\ P \;\rule[0.5ex]{8em}{0.4pt}\; p\ \ \ldots \\
M \rule[0.5ex]{3em}{0.4pt}\ \ m \\
\ldots\ S \;\rule[0.5ex]{10em}{0.4pt}\; s\ \ \ldots
\end{array}
$$

Der Schlußsatz ergibt sich durch Zusammenlesen von S und P ohne weitere Manipulation. An der graphischen Repräsentation ändert sich nichts, einerlei, ob nur die Prämissen notiert werden oder der gesamte Schluß. Damit ist sinnfällig, daß der Schlußsatz in den Prämissen enthalten ist. Überträgt man die Bestimmung analytischer und synthetischer Sätze auf Schlüsse, so ist klar, daß ein solcher Schluß analytisch und nicht synthetisch, also allenfalls erläuternd, aber nicht erkenntniserweiternd ist.

Kant wendet sich gegen gewisse Einseitigkeiten der von den Rationalisten vor ihm propagierten, man könnte sagen, „rechnenden Vernunft“. Es gehört ja zu den Verdiensten Kants, gerade die Grenzen der Vernunft gezogen zu haben, dabei aber auch vor überzogenen Hoffnungen auf eine durchgängige Welterklärung per “calculemus” gewarnt zu haben. Gleichwohl macht es sich Kant in der Ablehnung des Organoncharakters der Logik m. E. zu einfach. Er schüttet gleichsam das Kind mit dem Bade aus. Selbst wenn wir Kant darin folgen, daß sich metaphysische Fragen der rechnerischen Lösung sperren, sind wir nicht gut beraten, die Problemlösungskraft von Kalkülen auch in eingeschränkteren Bereichen zu bezweifeln. Die Emphase, mit der die Rationalisten die Idee einer Wissenschaft durch Kalkül vertraten, verdient eine differenziertere Betrachtung. Es sei hier nur an Leibnizens 1671 geschriebenen Brief an Herzog Johann Friedrich von Hannover erinnert, in dem er seine Logik des Erfindens mit folgenden Worten angepries (Leibniz, Akademie-Ausgabe II, 1, 160, vgl. Hecht *1992*, 18*f*.):

> In Philosophia habe ich ein mittel funden, das jenige was Cartesius und andere per Algebram et Analysin in Arithmetica et Geometria gethan, in allen scientien zuwege zu bringen per Artem Combinatoriam, welche Lullius und P. Kircher zwar excolirt, bey weiten aber in solche deren intima nicht gesehen. Dadurch alle Notiones compositae der ganzen Welt, in wenig simplices als deren Alphabet reduciret, und aus solches alphabets combination wiederumb alle dinge, samt ihren theorematibus, und was nur von ihnen zu inventiren müglich ordinata methodo mit der zeit zu finden ein weg gebahnet wird. Welche invention, dafern sie wils Gott zu Werck gerichtet, als mater aller inventionen von mir vor das importanteste gehalten wird [...].

Leibniz Werbebrief ist in den Zusammenhang seines utopischen Erkenntnisprogramms zu setzen: Wenn die vollständige Liste aller einfachen Ideen gegeben ist und wenn alle diese einfachen Ideen eineindeutig auf ein Zeichensystem abgebildet sind, dann lassen sich alle zusammengesetzten Ideen und damit alle möglichen Wahrheiten durch Kombination der Zeichen oder durch Rechnung erzeugen. Andererseits lassen sich aber auch alle Streitfälle gleichsam mit dem Rechenschieber lösen (vgl. *GP* VII, 200).

Der Leibnizsche Ansatz ist unzweifelhaft utopisch und dies schon aus dem Grunde, daß es nie gelingen wird, die vollständige Liste der einfachen Ideen anzugeben. Dies sollte jedoch nicht Anlaß sein, das Programm aufzugeben, denn es könnte als Versuch einer schrittweisen Annäherung an das letztlich aus prinzipiellen Gründen nicht erreichbare Ziel göttlicher Allwissenheit weitergeführt werden. Durch geschickte Auswahl von Systemen einfacher Ideen lassen sich Ausschnitte der Wirklichkeit erfassen. Der hier deutlich werdende Pragmatismus interessierte Kant nicht. Seine Kritik ist strikt formal. Sie beschränkt sich auf das Verhältnis zwischen Prämissen und aus ihnen gezogenen Konklusionen.

Die von Kant geäußerte Kritik am Organoncharakter der formalen Logik ist eingängig, sie ist aber alt und wurde auch schon im Rationalismus erörtert. Christian Wolff sei hier genannt, der einflußreiche Fortsetzer Leibnizscher Philosophie. Er ist der Auffassung, daß sich jeder Schluß als Syllogismus ausführen bzw. rekonstruieren läßt (1710, § 45). Der Syllogismus ist – so Wolff zumindest in seinen späten Arbeiten – das wichtigste Hilfmittel der *ars inveniendi*, also der „Fertigkeit“, wie er definiert, „unbekannte Wahrheiten aus andern bekannten heraus zu bringen“ (*1720*, § 362). Der Syllogismus ist für ihn universal, denn „durch die gewöhnlichen Schlüsse werden alle Wahrheiten erfunden“ (1714, Kap. 4, § 24). Wolff muß daher auch zeitgenössische Zweifel an der erfindenden Funktion „förmlicher“ syllogistischer Schlüsse kontern. In seiner „Deutschen Logik“ zitiert er die Kritiker wie folgt (*1713*, Kap. 4, § 24):

> Es kan dadurch [durch den Syllogismus] unmöglich etwas erfunden werden, denn der Hinter-Satz, den ich finden soll, muß mir ja bekandt seyn, ehe ich den Schluß machen kan. Also muß ich vorher wissen, was ich erfinden soll, ehe ich es erfinde: welches augenscheinlich ungereimt.

Sein Argument gegen diese Auffassung zieht er aus der tagtäglichen Erfahrung. Danach müssen uns zunächst die Vordersätze und ihre Vermittelbarkeit im Schluß bekannt sein, „ehe wir an den Hinter-Satz jemahls gedacht haben“ (ebd.).

Dies ist natürlich ein psychologisches und damit empirisches Argument, das bei strikter Auslegung der Genese–Geltungs-Unterscheidung als philosophisch irrelevant einzuschätzen wäre. Ich warne aber davor, den bei Kant angelegten, von Gottlob Frege und Edmund Husserl entfalteten, im Logischen Empirismus und bei Karl Popper zum “horror of ‘psychologism’ ”, wie ihn Brendan Larvor genannt hat (Larvor 2001, 215), gesteigerten Antipsychologismus zu verabsolutieren. Wer dies tut, kauft sich zunächst die Notwendigkeit ein, sein Bemühen um Kreativität auf die „interessanten“ Fälle zu beschränken. Daß kreative Prozesse auch einfach der Findung oder Erfindung des Neuen im Sinne des von einem Individuum oder einer wissenschaftlichen Gemeinschaft noch nicht Gewußten liegen könnten, wird im Rahmen eines anti-psychologistischen Paradigmas als trivial angesehen, unter anderem auch deshalb, weil es sich bei dem jeweiligen Stand der Erkenntnis um ein kontingentes Faktum handelt. Aber auch wenn der schlichten Findung oder Erfindung des Neuen lediglich „schwache Kreativität“ zugrundeliegt, es bleibt Kreativität, die ihre Funktion im Wissenserwerb und in Problemlösungskontexten erfüllt. Wer diese Kreativität als irrelevant verabschiedet, müßte auch weite Teile der Wissenschaftstheorie für obsolet halten, nämlich diejenigen, die wissenschaftliche Entwicklung als Produkt menschlicher Handlungen ansehen, die durch eine Korrelation zwischen angestrebten Zielen und zu deren Erreichung zweckmäßigen Mitteln ausgezeichnet sind.

2 Kreativität hypothetisch-deduktiver Systeme

Auf einen weiteren Aspekt sei hingewiesen: Die Kantsche Kritik am Organoncharakter impliziert, daß er Logik offenbar ausschließlich als (im Aristotelischen Sinne verstandene) Wissenschaft angesah. Damit bezieht er eindeutig Position in der alten Streitfrage, ob Logik Wissenschaft oder Kunst sei. Zugleich wird die jahrhundertelang präferierte Lösung dieses Streits abgetan, wonach Logik beides, nämlich Wissenschaft *und* Kunst ist. Schon Albertus Magnus hatte diesen Doppelcharakter betont, denn wie in der Schmiede ein Hammer geschmiedet werden kann, der dann in derselben Schmiede als Werkzeug für die Herstellung anderer Produkte eingesetzt werden kann, so kann auch die Logik zunächst als eigenständige Wissenschaft aufgebaut werden, um dann später als Hilfsmittel für den Aufbau anderer Wissenschaften zu dienen (Albertus Magnus 1880; cf. Menne 1984, 9).

Gehen wir also davon aus, daß Logik sowohl Wissenschaft oder Theorie als auch Kunst oder Organon ist. Es fällt in den eingangs zitierten Kant-Passagen auf, daß Kant der Algebra und damit mathematischen Kalkülen allgemein kreative Funktionen zuspricht, Algebra geradezu zum „Organon der Wahrheit“ (Kant 1800, A 17) adelt. Dies hängt natürlich mit Kants grundlegender Auffassung vom Charakter mathematischer Sätze als synthetischer Urteile a priori zusammen, die *per definitionem* erkenntniserweiternd und damit kreativ sind. Dies unterscheidet für Kant mathematische Urteile von logischen, also analytischen Urteilen.

Faßt man aber mathematische Satzsysteme als hypothetisch-deduktive Systeme auf, wie dies seit Ende des 19. Jahrhunderts üblich geworden ist, die Mathematik selbst als Strukturmathematik, wie sie etwa im Formalismus Hilbertscher Prägung gepflegt wurde, dann läßt sich das Argument, ein formal logischer Schluß sei nicht kreativ, weil der Schlußsatz bereits in den Prämissen enthalten ist, auch gegen solche mathematischen Satzsysteme und andere Kalküle in Logik, Mathematik und Informatik wenden. Das System aus Definitionen und Transformationsregeln spannt jeweils den Raum möglicher Sätze auf, die mit Notwendigkeit aus den Grundsätzen deduziert werden können. Für Wittgenstein sind daher nicht nur die Sätze der Logik sinnlose, d. h. dem empirischen Sinnkriterium verschlossene Tautologien, sondern auch der logizistischen Mathematikauffassung folgend die Sätze der Mathematik (vgl. *Tractatus*, 4.461, 6.1, 6.2). Dies heißt dann natürlich, daß etwa mit den Peano-Axiomen die Gesamtheit aller Sätze über die natürlichen Zahlen mitgegeben ist, also unter Voraussetzung der Gültigkeit der Axiome diese Sätze tautologisch folgen. In einem strengen Sinne wären die in diesem System bewiesenen Theoreme nicht informativ, weil sie eben schon in den Axiomen enthalten sind. Ähnliches würde auch gelten von Formeln wie etwa der für die Erzeugung von Mersenne-Primzahlen $M = 2^p - 1$, wobei p selbst eine

Primzahl ist. Mit dieser Formel lassen sich aus gegebenen Primzahlen neue erzeugen. Wenn wieder eine solche Primzahl gefunden wird, die größer als jede bis dato bekannte ist, wäre diese Entdeckung nicht informativ, weil ja mit dem Algorithmus zur Erzeugung von Primzahlen bereits alle auch nur prinzipiell erzeugbaren Primzahlen mitgegeben sind.

Ich halte eine solche Einschätzung für absurd. Wenn wir aber Einigkeit darüber erzielen, daß diese Ergebnisse informativ sind, dann muß hypothetisch-deduktiven Systemen in Logik und Mathematik allgemein Kreativität zugesprochen werden. Axiome und Regeln spannen eine Struktur auf, in der Relationen zwischen Sätzen hergestellt werden können. Jeder deduktive Beweis eines Satzes zeigt auf, daß dieser Satz Bestandteil der Struktur ist. Der Beweis offenbart damit strukturelle Eigenschaften dieses Satzes, Eigenschaften, die vor dem Beweis allenfalls vermutet, aber nicht gewußt waren. Die Erkenntnis, daß diese Eigenschaften gegeben sind, ist eine neue Erkenntnis, auch wenn ihr innovativer Charakter von dem, was vorher gewußt wurde und damit von einem empirisch zu ermittelnden Sachverhalt abhängt.

Wie eng Logik als Wissenschaft oder Theorie mit Logik als Kunst oder Organon zusammenhängt, zeigt die Tatsache, daß logische Kalküle üblicherweise gar nicht zur deduktiven Ableitung von Theoremen, sondern zur Problemlösung eingesetzt werden, also etwa zur Beantwortung der Frage, ob ein hypothetisch unterstellter Satz aus den Grundsätzen einer Theorie ableitbar ist oder nicht. Diese Frage wurde in ihrer allgemeinen Form von David Hilbert und Heinrich Behmann als Entscheidungsproblem in die mathematische Grundlagenforschung eingeführt (Behmann 1922). Gegenstand des Entscheidungsproblems ist die Frage, ob es ein Entscheidungsverfahren gibt, mit dessen Hilfe von einem beliebigen vorgelegten quantorenlogischen Ausdruck entschieden werden kann, ob er allgemeingültig oder erfüllbar ist. Alonzo Church hat 1936 bewiesen, daß das Entscheidungsproblem in dieser allgemeinen Form nicht lösbar ist (Church 1936). Die Behauptung, daß mit einem Axiomensystem alle aus diesem Axiomensystem ableitbaren Sätze mitgegeben sind, ist damit wenig hilfreich, denn es kann ja mit mathematischer Sicherheit nicht einmal entschieden werden, ob ein beliebiger gegebener Satz zur Struktur gehört oder nicht. Ähnlich fatale Konsequenzen haben die Gödelschen Unvollständigkeitsresultate. Gödel hatte gezeigt (Gödel 1931), daß jedes für die Darstellung der elementaren Zahlentheorie ausreichende und zugleich widerspruchsfreie formale System unvollständig ist, in dem Sinne, daß es Sätze des Systems selbst gibt, die mit den im System formalisierbaren Mitteln nicht bewiesen werden können. Dies gilt insbesondere für denjenigen Satz, der die Widerspruchsfreiheit des Systems ausdrückt. Es sei schließlich auch noch auf die Ergebnisse von Komplexitätstheorie und Berechenbarkeitstheorie der theoretischen Informatik verwiesen, die praktische und prinzipielle Grenzen der Berechenbarkeit untersuchen und die praktische Irrelevanz der

Behauptung belegen, daß mit den Grundsätzen einer Theorie alle deduktiven Folgerungen aus der Theorie mitgegeben sind. Praktisch irrelevant ist die Behauptung, weil mit der Überzeugung von der vollständigen Gegebenheit eines Satzsystems dieses System praktisch eben noch nicht gegeben ist und auch in den hier genannten Fällen aus prinzipiellen Gründen gar nicht gegeben werden kann.

3 Kreativität von Kalkülen

Wo liegen nun die kreativen Elemente von Kalkülen und axiomatisch-deduktiven Theorien? Ich will hier vier Aspekte aufzählen: Deduktion, Heuristik, Analyse und Modellierung:

1. Deduktive Konstruktion des Neuen: Wie der Mersenne-Algorithmus zur Erzeugung neuer Primzahlen zeigt, entfaltet der Kalkül bei der deduktiven Konstruktion des Neuen seine eigentliche kreative Kraft, man könnte auch sagen: er entfaltet eine direkte Kreativität, auch wenn es sich um eher schwache Kreativität handelt. Er führt auf Neues in dem Sinne, daß dieses Neue bisher nicht gewußt wurde bzw. daß der deduktive Zusammenhang zwischen dem neu Konstruierten und den Grundsätzen, aus denen es konstruiert wurde, noch nicht bekannt war. Es ist also neu nur relativ zum gegebenen Wissensstand und damit neu aus historischen Gründen, gleichwohl ist es aber auch ahistorisch, weil auf der Stufe eines jeden gegebenen Wissensstand wieder neue Erkenntnisse konstruierbar sind. Die hier gegebene Kreativität könnte „maschinelle Kreativität" genannt werden. Aber Gödel, Turing, Church und andere haben gezeigt, daß solchen Kalkülen prinzipielle Grenzen gesetzt sind. Nicht alles läßt sich berechnen. Diese Grenzen zu erkennen und die Kalküle dort einzusetzen, wo sie zu sinnvollen Ergebnissen führen, ist selbst wieder ein kreativer Prozeß, der nicht-maschinelle Kreativität und damit starke Kreativität voraussetzt.

2. Heuristik: Die Philosophie hat lange Zeit vor Fragen der Heuristik die Augen verschlossen, vor Fragen also, die die Art und Weise betreffen, wie zu gegebenen Problemen Lösungsansätze gefunden werden können. Wenn Kant etwa lediglich die *quid iuris*-Fragen für philosophisch relevant erklärt, *quid facti*-Fragen aber den Empirikern überläßt, wenn Hans Reichenbach in seiner berühmten Unterscheidung zwischen *context of justification* und *context of discovery* nur den Rechtfertigungskontext zum Geschäft des Wissenschaftstheoretikers rechnet (Reichenbach 1938, 6–7) und wenn Karl R. Popper in seiner *Logik der Forschung* erklärt (Popper 1934, 6), daß die Art und Weise, wie Theorien aufgestellt werden, sich der logischen Analyse verschließt, aber auch der logischen Analyse überhaupt nicht bedarf, so sind dies Belege für die Ignoranz von Philosophen und Wissenschaftstheoretikern in dieser Frage.

Selbst wenn man Karl G. Hempel beipflichten will, wenn er behauptet, daß es keine "logic of scientific discovery" gibt (Hempel 1965, 6), daß also Findungsprozesse nicht vollständig algorithmisierbar sind, so sind doch diese Prozesse in weiten Teilen regelgeleitet und schematisch. Die Erforschung dieser Regeln und Schemata geht über einen empirischen Aufweis faktisch benutzter Regeln und Schemata hinaus. Sie führt auf einen Katalog von Optionen, der hilft, in gegebenen Situationen auf eine bestimmte Weise zu agieren.

Intuition, der zündende Einfall oder einfach Glück gehören zum kreativen Prozeß dazu, aber gleichwohl bleibt der Kalkül unverzichtbar. Die Idee des Kalküls gibt die Form der angestrebten Lösung vor, vor dem Kalkül muß die heuristisch gefundene Lösung bestehen, denn die gefundene Beweisidee ersetzt noch nicht den Beweis. Die Unverzichtbarkeit des Kalküls in solchen Findungsprozessen macht ihn zu deren Werkzeug.

3. Analyse: David Hilbert, der Schöpfer der modernen Axiomatik und des Formalismus hat die Bedeutung der Heuristik klar erkannt. Dies wird schon daran deutlich, daß er unter „axiomatischer Methode“ nicht etwa die *Präsentation* mathematischer Theorien in axiomatischer Form versteht, sondern die *Aufstellung* von Axiomensystemen. Eine Darstellung in axiomatischer Form ist also das Ergebnis der Anwendung der axiomatischen Methode. Die axiomatische Methode selbst ist ein Strukturierungsverfahren, damit ein Instrument zur Analyse gegebener Satzbestände. In seinem Aufsatz "Über den Satz von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck" (Hilbert 1902/03, 50) schreibt Hilbert 1902 dazu folgendes:

> Unter der axiomatischen Erforschung einer mathematischen Wahrheit verstehe ich eine Untersuchung, welche nicht dahin zielt, im Zusammenhange mit jener Wahrheit neue oder allgemeinere Sätze zu entdecken, sondern die vielmehr die Stellung jenes Satzes innerhalb des Systems der bekannten Wahrheiten und ihren logischen Zusammenhang in der Weise klarzulegen sucht, dass sich sicher angeben lässt, welche Voraussetzungen zur Begründung jener Wahrheit notwendig und hinreichend sind.

Hilbert will also die axiomatische Methode als architektonisches Verfahren einsetzen, welches die Relationen zwischen Voraussetzungen und Folgerungen offenlegt. Die mit ihrer Hilfe hergestellte Ordnung erlaubt es, jedem Satz diejenigen Voraussetzungen zuzuordnen, die in seine Geltung eingehen. Mit dieser Strukturierungsleistung wird die Theoriebildung in der Mathematik ermöglicht. In der im Wintersemester 1919/20 gehaltenen Vorlesung *Natur und mathematisches Erkennen* (Hilbert 1992) hat er diese Gedanken noch verschärft. Hilbert spricht dort von progressiven und regressiven Aufgaben der Mathematik. Die *progressive Aufgabe* bestehe in der Entwicklung der Systeme von Relationen und der Untersuchung ihrer logischen Konsequenzen, die *regressive Aufgabe* in der Herausarbeitung der Voraussetzungen einer

Theorie auf der Basis einer klaren Unterscheidung zwischen Annahmen und logischen Folgerungen. Hilbert spricht von der Universalität dieser Aufgaben. Sie sind also nicht auf die Mathematik beschränkt (Hilbert 1992, 18):

> Diese beiden Aufgaben des mathematischen Denkens sind von sehr allgemeiner Bedeutung; sie beziehen sich nicht nur auf den Kreis der Naturwissenschaften, sondern sie gelten auch für andere Wissensgebiete, z. B. für die Nationalökonomie (Theorie des Geldes). Auch in der Philosophie wird verschiedentlich versucht, das mathematische Denken zur Geltung zu bringen. So ahmt Spinoza in seinem Hauptwerk, der „Ethik", die progressive Methode nach, während neuerdings Nelson in seiner Philosophie von der regressiven Methode der Mathematik Gebrauch macht.

Hilbert betont (ebd.):

> Diese regressive Methode findet ihren vollkommensten Ausdruck in dem, was man heute die „axiomatische Methode" nennt. Diese bildet eine allgemeine Methode des wissenschaftlichen Forschens überhaupt; ihre glänzensten Triumphe feiert sie aber in der Mathematik.

Wir sollten festhalten: Hilbert verwendet den Ausdruck „axiomatische Methode" zur Bezeichung der Vorgehensweise bei der Auffindung und Auszeichnung der Anfänge deduktiver Argumentationen. Der Ausdruck bezeichnet den Weg zur Axiomatisierung eines Wissensgebietes, nicht seine axiomatische Präsentation in Lehrbuchform. Auch hier ist die Idee der Kalküls unverzichtbar, schon bevor Kalküle progressiv zur Ableitung neuer Wahrheiten eingesetzt wird. Die Idee der Kalkülisierung wirkt indirekt kreativ im Rahmen des nicht vollständig algorthmisierbaren Prozesses der Strukturierung, weil sie die Formen vorgibt, der die gesuchte Struktur zu genügen hat.

Die axiomatische Methode ist für Hilbert zwar Ausdruck der mathematischen Denkweise, in ihrer Anwendung aber nicht auf die Mathematik beschränkt, nicht einmal auf Satzsysteme, deren Ausgangssätze Axiome sind. Das von ihm selbst genannte Beispiel der Anwendung der regressiv-axiomatischen Methode in der Philosophie macht dies deutlich. Leonard Nelson hatte seine *Kritik der praktischen Vernunft* (1917) nach axiomatischer Methode aufgebaut, obwohl auch er als Kantianer natürlich nicht der Auffassung war, daß die Grundsätze der Ethik Axiome seien.

5. Modellierung: In der Formalisierung und Kalkülisierung von nicht-mathematischen Satzsystemen findet der Organoncharakter von Kalkülen sein originäres Einsatzfeld. Kalküle werden als syntaktische Komponenten von Wissenschaftssprachen eingesetzt. Der Einsatz einer solchen logischen Präzisionssprache oder „Leibnizsprache", wie sie der Münsteraner Logiker Heinrich Scholz in seinem emphatischen Stil nannte (Scholz 1942), erlaubt es, Begründungsverpflichtungen in nicht-mathematischen Theorien zu klassifizieren, in solche, die durch logische Analyse eingelöst werden können, weil gezeigt wird, daß diese Sätze mit Notwendigkeit aus den Prämissen folgen, und solche, die auf anderem Wege, etwa empirisch eingelöst werden müssen. Zu welcher Klasse die jeweiligen Begründungsverpflichtungen gehören, ist dem System nicht unmittelbar anzusehen, sondern hierzu bedarf es einer Analyse. Die im analytischen Prozeß gewonnenen Erkenntnisse sind neue Erkenntnisse.

Eine solche Klassifizierung setzt aber Modellierung voraus. Diese Modellierung wiederum setzt Entscheidungen voraus, welcher Ausschnitt der Wirklichkeit überhaupt modelliert werden soll, welcher Kalkül, d. h. welches syntaktische System verwendet werden soll, und welche Idealisierungen am zu modellierenden Materials vorgenommen werden müssen. Auch für dieses zweifellos kreative Geschäft ist die Idee des Kalküls unverzichtbar, auch hier entfaltet der Kalkül selbst indirekte Kreativität.

Ich hoffe, Sie davon überzeugt zu haben, daß Kalküle in Deduktion, Heuristik, Analyse und Modellierung kreativ sind und dies sowohl direkt als auch indirekt. Diese Ergebnisse mögen als Trivialitäten abgetan werden, wenn etwa der Kalkül quasi-maschinell Neues produziert oder Kalküle als in ähnlichem Sinne kreativ angesehen werden wie ein Werkzeug kreativ ist, ohne das ein neues Artefakt nicht hergestellt werden könnte. Wir können uns durchaus auf einen irgendwie emphatischen Kreativitätsbegriff zurückziehen, würden wohl aber schnell feststellen, daß auch die emphatische Kreativität der Trivialitäten bedarf.

Literaturverzeichnis

Albertus Magnus 1880 *Alberti Magni opera omnia*, hg. v. A. Borgnet, Bd. 1, Paris.

Behmann, Heinrich 1922 „Beiträge zur Algebra der Logik und zum Entscheidungsproblem“, *Mathematische Annalen* **86**, 163–229.

Church, Alonzo 1936 “An Unsolvable Problem in Elementary Number Theory”, *American Journal of Mathematics* **58**, 345–363.

Gödel, Kurt *1931* “Über formal unentscheidbare Sätze der Principia Mathematica und verwandter Systeme. I”, *Monatshefte für Mathematik und Physik* **38**, 173–198.

Hecht, Hartmut 1992 *Gottfried Wilhelm Leibniz. Mathematik und Naturwissenschaften im Paradigma der Metaphysik*, Teubner: Stuttgart/Leipzig 1992.

Hempel, Carl G. 1965 “Studies in the Logic of Confirmation,” in Hempel, *Aspects of Scientific Explanation and other Essays in the Philosophy of Science*, The

Free Press: New York/Collier-Macmillan: London. Original editon *Mind* **54** (1945), 1–26, 97–121.

Hilbert, David 1902/03 „Über den Satz von der Gleichheit der Basiswinkel im gleichschenkligen Dreieck", *Proceedings of the London Mathematical Society* **35**, 50–68; gekürzt in ders., *Grundlagen der Geometrie. Mit Supplementen von Paul Bernays*, 14. Aufl., hg. v. Michael Toepell, B.G. Teubner: Stuttgart/Leipzig 1999, 133–158.

— 1992 *Natur und mathematisches Erkennen. Vorlesungen, gehalten 1919–1920 in Göttingen. Nach einer Ausarbeitung von Paul Bernays*, hg. v. David E. Rowe, Birkhäuser Verlag: Basel/Boston/Berlin.

Kant, Immanuel 1787 *Critik der reinen Vernunft*, 2. Aufl., Johann Friedrich Hartknoch: Riga [*KrV*]; Akademie-Ausgabe, Bd. 3.

— 1800 *Logik. Ein Handbuch zu Vorlesungen*, Friedrich Nicolovius: Königsberg; Akademie-Ausgabe, Bd. 9, 1–150.

— 1902– *Kant's gesammelte Schriften*, hg. v. d. Königlich Preußischen Akademie der Wissenschaften, Georg Reimer: Berlin, später Walter de Gruyter: Berlin/Leipzig [Akademie-Ausgabe].

Lambert, Johann Heinrich 1764 *Neues Organon oder Gedanken über die Erforschung und Bezeichnung des Wahren und dessen Unterscheidung vom Irrthum und Schein*, Leipzig.

Larvor, Brendan 2001 "What is Dialectical Philosophy of Mathematics?", *Philosophia Mathematica* (3) **9**, 212–229.

Leibniz, Gottfried Wilhelm 1875–1890 *Die philosophischen Schriften von Gottfried Wilhelm Leibniz*, hg. v. C[arl] I[mmanuel] Gerhardt, 7 Bde., Weidmannsche Buchhandlung: Berlin [*GP*].

— *1923– Sämtliche Schriften und Briefe*, hg. v. der Deutschen Akademie der Wissenschaften zu Berlin, zuletzt Akademie-Verlag: Berlin [Leibniz, Akademie-Ausgabe].

Menne, Albert 1984 „Logik als Organon und als Wissenschaft", *Freiburger Zeitschrift für Philosophie und Theologie* **31**, 9–19.

Nelson, Leonard *1917 Kritik der praktischen Vernunft*, Verlag „Öffentliches Leben": Göttingen (Nelson, *Vorlesungen über die Grundlagen der Ethik*, Bd. 1; wieder in ders., *Gesammelte Schriften in neun Bänden*, Bd. 4, Felix Meiner: Hamburg 1972.

Popper, Karl R. 1934 *Logik der Forschung. Zur Erkenntnistheorie der modernen Naturwissenschaft*, Julius Springer: Wien.

Reichenbach, Hans] 1938 *Experience and Prediction*, The University of Chicago Press: Chicago.

Scholz, Heinrich 1942 „Leibniz" *Jahrbuch der Kaiser Wilhelm-Gesellschaft zur Förderung der Wissenschaften*, 205–249; Reprint in ders., *Mathesis Universa-*

lis. Abhandlungen zur Philosophie als strenger Wissenschaft, Wissenschaftliche Buchgesellschaft: Darmstadt, 128–151.

WITTGENSTEIN, Ludwig 1998 *Logisch-philosophische Abhandlung. Tractatus logico-philosophicus. Kritische Edition*, hg. v. Brian McGuinness/Joachim Schulte, Suhrkamp: Frankfurt a. M. [*Tractatus*].

WOLFF, Christian 1710 *Der Anfangs-Gründe aller Mathematischen Wissenschaften Erster Theil, Welcher Einen Unterricht von der Mathematischen Lehr-Art, die Rechen-Kunst, Geometrie, Trigonometrie und Bau-Kunst in sich enthält*, Renger: Frankfurt/Leipzig, ^{7}1750; Repr. der 7. Aufl. Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 12, hg. v. J. E. Hofmann, Olms: Hildesheim/New York 1973.

— 1713 *Vernünftige Gedanken Von den Kräften des menschlichen Verstandes Und Ihrem richtigen Gebrauche in Erkäntniss der Wahrheit. Den Liebhabern der Wahrheit mitgetheilet*, Halle, ^{14}1754; kritische Neuausgabe der Ausgabe letzter Hand Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 1, hg. v. Hans Werner Arndt, Olms: Hildesheim 1965.

— *1720 Vernünfftige Gedancken von Gott, Der Welt und der Seele des Menschen, Auch allen Dingen überhaupt, Den Liebhabern der Wahrheit mitgetheilet*, Rengerische Buchhandlung: Halle, ^{12}1752; Repr. der 11. Aufl. (1751) Christian Wolff, *Gesammelte Werke*, hg. v. Jean École u. a., Abt. I, Bd. 2, hg. v. Charles A. Corr, Olms: Hildesheim/Zürich/New York 1983.